

نام و نام خانوادگی:

مجموعه تست: جمع بندی کار و انرژی

۱ چنانچه کار برآیند نیروهای وارد بر جسمی در یک مسیر برابر صفر باشد، در این صورت کدام نتیجه گیری صحیح است؟

۱ برآیند نیروهای وارد بر جسم لزوماً در آن مسیر صفر است.

۲ انرژی مکانیکی جسم در آن جابجایی ثابت می ماند.

۳ مجموع کار نیروهای وارد بر جسم نیز در آن جابه جایی برابر صفر است.

۴ در آن مسیر، انرژی مکانیکی جسم، ثابت است و برآیند نیروهای وارد بر جسم لزوماً صفر نیست.

۲ شخصی در طبقه سوم ساختمان، سوار آسانسور می شود و به طبقه ی دهم می رود. جرم شخص 70 kg است و یک کوله پشتی به جرم 5 kg بر دوش دارد. آسانسور بین طبقات پنجم تا هفتم مسافت 6 m را در مدت 2 ثانیه با سرعت ثابت طی می کند، در این 2 ثانیه کار نیرویی که آسانسور به شخص وارد می کند، چند ژول است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۱ صفر

۲ ۳۹۰۰

۳ ۴۲۰۰

۴ ۴۵۰۰

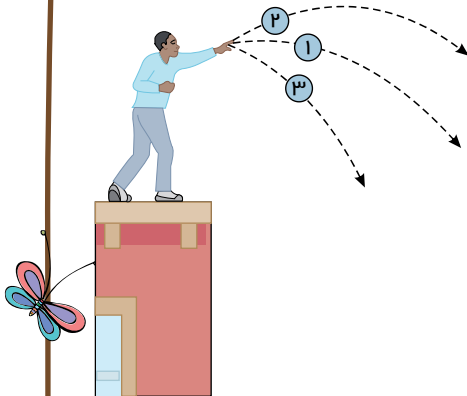
۳ مطابق شکل زیر، سه توپ مشابه از بالای ساختمانی، از یک نقطه با سرعت یکسان پرتاب می شوند. اگر کار نیروی وزن سه توپ از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین W_1 ، W_2 و W_3 باشد، کدام رابطه درست است؟

۱ $W_1 = W_2 = W_3$

۲ $W_2 > W_1 > W_3$

۳ $W_3 < W_2 < W_1$

۴ $W_2 = W_3 > W_1$



۴ راننده خودرویی به جرم 2 تن که با سرعت 36 km/h در یک مسیر مستقیم و افقی در حرکت است، با دیدن مانعی ترمز می کند. در اثر

ترمز خودرو با طی مسافت 4 متر می ایستد. نیروی اصطکاک وارد شده بر خودرو چند نیوتون است؟

۱ ۷۵۰۰

۲ ۱۲۵۰۰

۳ ۱۵۰۰۰

۴ ۲۵۰۰۰

۵ گلوله ای به جرم 200 g با سرعت اولیه $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در راستای قائم، رو به بالا پرتاب می شود. مقاومت هوا باعث می شود، 10 J از انرژی گلوله تا رسیدن به اوج تلف شود. اگر مقاومت هوا وجود نمی داشت، گلوله چند متر بالاتر می رفت؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۱ ۵

۲ ۱۰

۳ ۱۵

۴ ۲۰

۶ جسمی به جرم 3 kg روی سطح افقی به حال سکون قرار دارد. نیروی ثابت $\vec{F} = 15\vec{i} + 20\vec{j}$ (در SI) به جسم وارد می شود و جسم روی

محور x ، 10 متر جابجا می شود. کار نیروی F در این جابجایی چند ژول است؟

۱ ۲۵۰

۲ ۲۰۰

۳ ۱۵۰

۴ ۹۰

۷ جسمی به جرم 2 kg را با سرعت 10 m/s در راستای قائم رو به بالا پرتاب می کنیم انرژی مکانیکی جسم در نصف ارتفاع اوج چند ژول

است؟ (مبدأ پتانسیل گرانشی، محل پرتاب فرض شده است.)

۱ $25\sqrt{2}$

۲ ۵۰

۳ $50\sqrt{2}$

۴ ۱۰۰





مهندس علی عاقلی

۸ نیروی $\vec{F} = (30N)\vec{i} + (40N)\vec{j}$ به جسمی به جرم $5kg$ وارد می شود و آن را روی سطح افقی به اندازه $\Delta x = (6m)\vec{i}$ جابه جا می کند. کار نیروی \vec{F} در این جابه جایی چند ژول است؟

- ۱۸۰ (۱) ۲۴۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۴۲۰ (۴)

۹ جسمی در مسیر مستقیم با سرعت v در حال حرکت است. اگر سرعت این جسم $\frac{5m}{s}$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن ۴۴ درصد افزایش می یابد. v چند متر بر ثانیه است؟

- ۵ (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴)

۱۰ جسمی با سرعت $10m/s$ در جهت مثبت محور x ها حرکت می کند و انرژی جنبشی آن $100J$ است. پس از مدتی سرعت این جسم تغییر کرده و در جهت منفی محور x ها به $20m/s$ می رسد. کار برایند نیروهای وارد بر این جسم در این مدت چند ژول است؟

- ۵۰۰ (۱) -۳۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۵۰۰ (۴)

۱۱ وزنه ای به جرم $500g$ تحت زاویه 37° نسبت به افق، از سطح زمین پرتاب می شود. اگر سرعت اولیه ی پرتاب $10m/s$ باشد، انرژی مکانیکی وزنه در نقطه ی اوج چند ژول است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$, $g = 10m/s^2$)، مقاومت هوا ناچیز و مبدأ پتانسیل گرانشی سطح زمین است.)

- ۱۶ (۱) ۲۵ (۲) ۳۲ (۳) ۵۰ (۴)

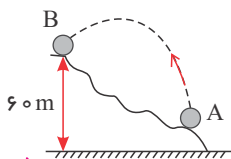
۱۲ جسم A به جرم m از ارتفاع 10 متری سطح زمین و جسم B به جرم $2m$ از ارتفاع 20 متری سطح زمین رها می شوند. انرژی جنبشی جسم B در لحظه ی رسیدن به زمین چند برابر انرژی جنبشی جسم A در لحظه ی رسیدن به زمین است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر می شود.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۱۳ یک ماشین بالابر، برای بالا بردن وزنه ای به جرم $50kg$ تا ارتفاع معینی از سطح زمین $2000J$ انرژی مصرف می کند. اگر این وزنه از ارتفاع فوق بدون سرعت اولیه در شرایط خلأ رها شود، با تندی $\frac{m}{s}$ به زمین می رسد. بازده این ماشین چند درصد است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- ۵۵ (۱) ۶۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴)

۱۴ مطابق شکل، جسمی به جرم $3kg$ را از نقطه A پرتاب می کنیم تا به نقطه B برسد. اگر قدر مطلق کار نیروی وزن در این جابجایی $450J$ باشد، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی سامانه جسم و زمین در این جابجایی چند ژول و ارتفاع نقطه A از سطح زمین برحسب متر به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- ۱۵، +۴۵۰ (۲) ۴۵، -۴۵۰ (۱)
۴۵، +۴۵۰ (۴) ۱۵، -۴۵۰ (۳)

۱۵ آسانسوری با توان مصرفی $2kW$ و جرم کل $200kg$ با تندی ثابت بالا می رود. اگر بازده آسانسور 80% باشد، در چند ثانیه 20 متر بالا می رود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

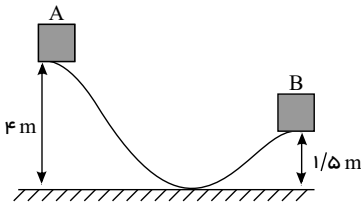
- ۲۰ (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴)



مهندس علی عاقلی

۱۶ مطابق شکل از نقطه A جسمی را از حال سکون رها می‌کنیم تا بر روی سطح بدون اصطکاک به طرف پایین بلغزد. تندی جسم در نقطه

B چند $\frac{m}{s}$ خواهد بود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



۵√۲ (۲)

۴√۵ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

۱۷ اگر جرم و تندی جسمی را به ترتیب ۲ و $\frac{1}{3}$ برابر کنیم، انرژی جنبشی آن چند برابر می‌شود؟

$\frac{9}{2}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{2}{9}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۱۸ نیروی پیشرانه خودرویی که روی یک مسیر افقی در هر دقیقه ۱۲۰۰ متر طی می‌کند برابر ۳۰۰۰ نیوتون است. توان متوسط خودرو

چند اسب بخار است؟ ($1 hp \approx 750 W$)

۵۰ (۴)

۸۰ (۳)

۷۰ (۲)

۶۰ (۱)

۱۹ گلوله‌ای را با تندی اولیه v در امتداد قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. هنگامی که ۴۰ درصد انرژی گلوله صرف غلبه بر مقاومت هوا

می‌شود گلوله تا ارتفاع ۳ متری بالا می‌رود. v چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۲۰ جرم یک جسم $g \times 10^{-3}$ و با تندی $144 \frac{km}{h}$ در حرکت است. انرژی جنبشی آن چند میلی‌ژول است؟

۴ (۴)

۸ (۳)

4×10^{-3} (۲)

10^{-1} (۱)

۲۱ اتومبیلی به جرم ۸۰۰ kg برای سبقت گرفتن از یک کامیون در مدت ۴ s تندی خود را از $v_1 = 5 \frac{m}{s}$ به $v_2 = 20 \frac{m}{s}$ می‌رساند. توان

متوسط اتومبیل با نادیده گرفتن نیروهای مقاوم بر حسب اسب بخار کدام است؟ ($1 hp \approx 750 W$)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۲۲ گلوله‌ای در شرایط خلاء، از سطح زمین با سرعت اولیه $30 \frac{m}{s}$ در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. در چند متری سطح زمین

انرژی جنبشی گلوله نصف پتانسیل گرانشی آن است؟

۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۱۵ (۲)

۲۰ (۱)

۲۳ یک پمپ آب در هر ساعت ۲۵۲ تن آب را تا ارتفاع ۱۲ متر بالا می‌کشد. اگر بازده پمپ ۸۰ درصد باشد، توان پمپ چند کیلووات

است؟ ($g = 10 m/s^2$)

۱۰٫۵ (۴)

۸٫۴ (۳)

۸ (۲)

۷٫۵ (۱)

۲۴ برای اینکه سرعت وزنه‌ای با جرم معین از صفر به v برسد، باید کار W_1 روی آن انجام شود و برای اینکه سرعت این وزنه از v به ۳v

برسد، باید کار W_2 روی آن انجام شود. نسبت $\frac{W_2}{W_1}$ چقدر است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲۵ جسمی به جرم ۲ kg روی سطح شیب‌داری که با سطح افق زاویه 30° می‌سازد، با سرعت ثابت رو به پایین می‌لغزد. اگر در این حرکت

جسم به اندازه ۲ متر جابجا شود، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

-۲۰ (۴)

-۱۰ (۳)

$-10\sqrt{3}$ (۲)

$-20\sqrt{3}$ (۱)



مهندس علی عاقلی

۲۶ اگر سرعت متحرکی به جرم m به اندازه $\frac{m}{s}$ افزایش پیدا کند، افزایش انرژی جنبشی آن $\frac{5}{4}$ انرژی جنبشی اولیه می شود. سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه بوده است؟

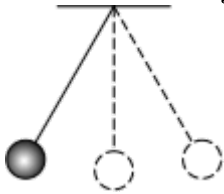
۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۶٫۲۵ (۱)

۲۷ آونگی به طول ۱٫۶ متر در حال نوسان است. وقتی گلوله آونگ از پایین ترین نقطه مسیر می گذرد، سرعتش $\frac{m}{s}$ است. زاویه راستای نخ با خط قائم وقتی گلوله به بالاترین نقطه مسیر می رسد، چند درجه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است).



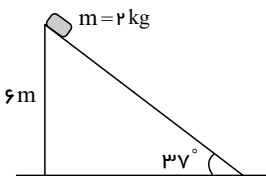
۳۰ (۲)

۴۵ (۱)

۹۰ (۴)

۶۰ (۳)

۲۸ در شکل روبه رو، جسم از بالاترین نقطه ی سطح شیب دار بدون سرعت اولیه رها می شود. اگر نیروی اصطکاک جنبشی در طول مسیر $4N$ باشد، سرعت جسم لحظه رسیدن به پایین سطح چند متر بر ثانیه خواهد شد؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$, $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



$4\sqrt{10}$ (۲)

$4\sqrt{5}$ (۱)

$2\sqrt{10}$ (۴)

$2\sqrt{5}$ (۳)

۲۹ جسمی به جرم $1kg$ با سرعت اولیه ی $\frac{m}{s}$ از پایین سطح شیب داری که با افق زاویه ی 37° می سازد، به طرف بالا پرتاب می شود. هنگامی که جسم روی سطح شیب دار ۲ متر را روبه بالا طی می کند، سرعتش به $\frac{m}{s}$ می رسد. انرژی مکانیکی جسم در این جابه جایی چند ژول کاهش می یابد؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$, $g = 10 \frac{m}{s^2}$ و از مقاومت هوا صرف نظر می شود).

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۳۰ انرژی جنبشی گلوله ای $4J$ و سرعت آن $4m/s$ است. سرعت آن را به چند متر بر ثانیه برسانیم تا انرژی جنبشی آن $5J$ شود؟

$5\sqrt{2}$ (۴)

$2\sqrt{5}$ (۳)

۸ (۲)

۵ (۱)

۳۱ اتومبیلی به جرم $900kg$ در یک جاده افقی روی خط راست از حال سکون شروع به حرکت می کند و پس از $10s$ سرعت آن به $72km/h$ می رسد. توان متوسط اتومبیل چند کیلووات است؟ (نیروی مقاوم در مقابل حرکت اتومبیل را نادیده بگیرید).

۳۶ (۴)

۳۰ (۳)

۱۸ (۲)

۹ (۱)

۳۲ گلوله ای به جرم $2kg$ با سرعت اولیه ی $\frac{m}{s}$ تحت زاویه ی α رو به بالا پرتاب می شود. این گلوله با سرعت $10 \frac{m}{s}$ از نقطه ی اوج می گذرد. کار برایند نیروهای وارد بر گلوله از لحظه ی پرتاب تا زمان رسیدن به نقطه ی اوج چند ژول می شود؟

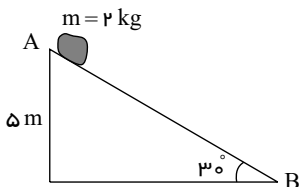
-۳۰۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۱۵۰ (۲)

-۱۰۰ (۱)

۳۳ مطابق شکل زیر، اگر در سطح شیب دار اندازه ی نیروی اصطکاک جنبشی برابر یک دهم وزن جسم باشد و جسم از نقطه A (به ارتفاع ۵ متر) به نقطه B برسد، کار نیروی گرانش (جاذبه) زمین روی جسم در این جابه جایی چند ژول است؟ ($g = 10 N/kg$)



۴۰ (۱)

۵۰ (۲)

۶۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

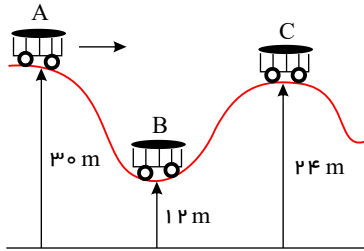


مهندس علی عاقلی

۳۴ جسمی به جرم 2 kg را از پایین سطح شیب‌داری که با افق زاویه 30° درجه می‌سازد، با سرعت اولیه $5 \frac{m}{s}$ مماس با سطح رو به بالا پرتاب می‌کنیم. جسم روی سطح به اندازه 2 m بالا می‌رود و سپس به نقطه پرتاب برمی‌گردد. کار نیروی اصطکاک در این مسیر رفت و برگشت چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- ۱ صفر ۲ -۵ ۳ -۱۰ ۴ -۲۰

۳۵ در شکل روبه رو اصطکاک ناچیز است و ارباب بدون سرعت اولیه از حالت A رها می‌شود، نسبت سرعت ارباب در حالت B به سرعت آن در حالت C کدام است؟

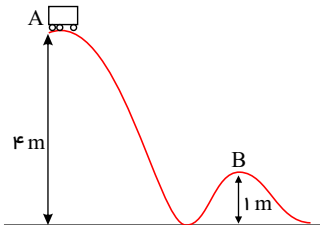


- ۱ ۲ ۳ $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ ۴

۳۶ گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی Δh انرژی جنبشی آن با $\frac{1}{4}$ انرژی پتانسیل گرانشی آن برابر می‌شود. $\frac{\Delta h}{h}$ چقدر است؟ (مبدأ پتانسیل سطح زمین است و مقاومت هوا ناچیز فرض شود).

- ۱ $\frac{1}{5}$ ۲ $\frac{1}{4}$ ۳ $\frac{3}{4}$ ۴ $\frac{4}{5}$

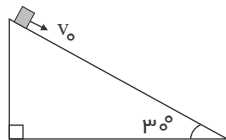
۳۷ مطابق شکل، ارباب‌ای به جرم m از نقطه A با سرعت 2 m/s بر تائیه می‌گذرد. سرعت آن هنگام عبور از نقطه B چند متر بر ثانیه است؟



(از اصطکاک صرف نظر شود $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- ۱ ۴ ۲ ۸ ۳ $\sqrt{46}$ ۴ بستگی به جرم m دارد.

۳۸ جسمی به جرم 2 kg را مطابق شکل با سرعت اولیه 5 m/s مماس بر سطح شیب‌دار رو به پائین پرتاب می‌کنیم. اگر سرعت جسم پس از 12 m جابه‌جایی روی سطح شیب‌دار به 8 m/s برسد، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$)

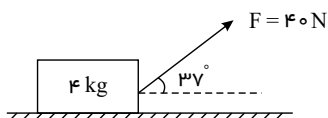


- ۱ -۴۲ ۲ -۴۵ ۳ -۶۳ ۴ -۸۱

۳۹ گلوله‌ای به جرم 40 g با سرعت افقی که بزرگی آن $300 \frac{m}{s}$ است، به دیواری برخورد می‌کند و پس از طی مسافت 20 cm داخل دیوار، متوقف می‌شود. کار نیرویی که دیوار به گلوله وارد می‌کند، چند ژول است؟

- ۱ -۱۸ ۲ -۱۸۰۰ ۳ -۶ ۴ -۶۰۰

۴۰ مطابق شکل زیر، به جسمی به جرم 4 kg روی سطح افقی نیروی $F = 40\text{ N}$ وارد می‌شود و پس از طی مسافت 1.6 m سرعتش از صفر به 4 m/s می‌رسد. نیروی اصطکاک چند نیوتون است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



- ۱ ۴ ۲ ۱۲ ۳ ۲۰ ۴ ۳۲





مهندس علی عاقلی

۴۱ گلوله‌ای از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین، با سرعت اولیه‌ی ۴ متر بر ثانیه در راستای قائم روبه پایین پرتاب می‌شود. انرژی جنبشی این گلوله بعد از ۴ متر پایین آمدن، چند برابر می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و از مقاومت هوا صرف نظر شود).

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۴۲ گلوله‌ای به جرم ۱۰۰ گرم از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین با سرعت $2 \frac{m}{s}$ به طور قائم رو به پایین پرتاب می‌شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا در طول مسیر، $-2J$ باشد، انرژی جنبشی گلوله در لحظه‌ی برخورد به زمین چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

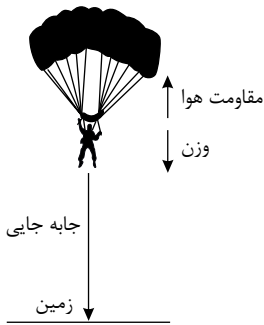
۱۲٫۲ (۴)

۱۰٫۲ (۳)

۸٫۲ (۲)

۸ (۱)

۴۳ چتربازی به جرم کل $100 kg$ از بالونی در ارتفاع ۵۰۰ متر از سطح زمین با سرعتی به بزرگی $1٫۵ \frac{m}{s}$ به بیرون بالون می‌پرد. اگر او با سرعتی به بزرگی $4٫۵ \frac{m}{s}$ به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز در طول مسیر سقوط چند کیلوژول است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



-۹۰۰ (۱)

-۵۰۰٫۹ (۲)

-۵۰۰ (۳)

-۴۹۹٫۱ (۴)

۴۴ پمپ آبی در هر دقیقه ۳ مترمکعب آب رودخانه‌ای را به نقطه‌ای منتقل می‌کند که ارتفاع آن تا سطح آب رودخانه ۲۴ متر است. اگر توان ورودی پمپ ۲۰ کیلووات باشد، بازده پمپ چند درصد است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

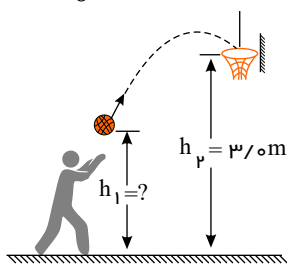
۳۰ (۴)

۴۰ (۳)

۶۰ (۲)

۷۰ (۱)

۴۵ در شکل زیر، ورزشکار توپ را با تندی (سرعت) اولیه‌ی $6 \frac{m}{s}$ پرتاب می‌کند و اندازه‌ی سرعت توپ در لحظه‌ی ورود به سبد $5 \frac{m}{s}$ است. فاصله‌ی نقطه‌ی پرتاب توپ تا سطح زمین (h_1) چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز است و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ است).



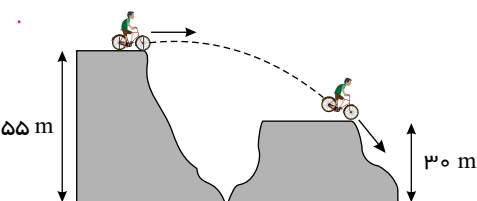
۲٫۴۵ (۱)

۲٫۴۶ (۲)

۲٫۵۵ (۳)

۲٫۶۴ (۴)

۴۶ در شکل زیر، موتورسوار با سرعتی به بزرگی $20 \frac{m}{s}$ از تپه‌ی اول جدا می‌شود. اگر تنها نیروی مؤثر، نیروی وزن باشد، بزرگی سرعت آن در لحظه‌ی رسیدن به تپه‌ی دوم، چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



۲۸ (۲)

۲۵ (۱)

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)



مهندس علی عاقلی

۴۷ هواپیمایی به جرم ۶۰ تن با تندی $۸۰ \frac{m}{s}$ از باند فرودگاه بلند می‌شود و در مدت یک دقیقه تندی آن دو برابر می‌شود و به ارتفاع ۶۰۰ متری از سطح زمین می‌رسد. در این یک دقیقه، کار نیروی وزن روی هواپیما چند ژول است و انرژی مکانیکی هواپیما چند ژول افزایش می‌یابد؟
 $(g = 10 \frac{N}{kg})$

۲,۱۶ × ۱۰^۸ و -۳,۶ × ۱۰^۸ (۲)

۹,۳۶ × ۱۰^۸ و ۳,۶ × ۱۰^۸ (۱)

۹,۳۶ × ۱۰^۸ و -۳,۶ × ۱۰^۸ (۴)

۲,۱۶ × ۱۰^۸ و ۳,۶ × ۱۰^۸ (۳)

۴۸ اگر شهاب سنگی به جرم $۲,۱ \times 10^4 kg$ با تندی $۸ \frac{km}{s}$ به زمین برخورد کند، انرژی جنبشی آن در لحظه برخورد، معادل انرژی حاصل از انفجار چند تن TNT است؟ (انرژی حاصل از انفجار هر تن TNT برابر $۴,۲ \times 10^9 J$ است.)

۳۲۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

۳۲ (۲)

۱۶ (۱)

۴۹ اگر تندی جسمی در یک مسیر ثابت بماند، کدام موارد الزاماً درست است؟

الف) کار نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

ب) انرژی مکانیکی جسم ثابت می‌ماند.

پ) نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

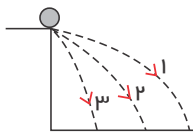
ب و پ (۴)

الف و ب (۳)

پ (۲)

الف (۱)

۵۰ مطابق شکل روبه‌رو جسمی را از بالای یک ساختمان از سه مسیر متفاوت با تندی اولیه یکسان پرتاب می‌کنیم. کدام گزینه درباره کار نیروی وزن جسم تا رسیدن جسم به زمین و تندی برخورد جسم به زمین درست است؟
 (اندازه نیروی مقاومت هوا در هر سه مسیر ثابت و برابر است.)



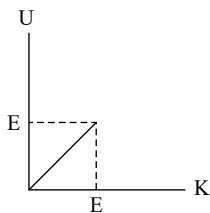
$v_1 > v_2 > v_3$, $W_{mg_1} > W_{mg_2} > W_{mg_3}$ (۲)

$v_1 = v_2 = v_3$, $W_{mg_1} = W_{mg_2} = W_{mg_3}$ (۱)

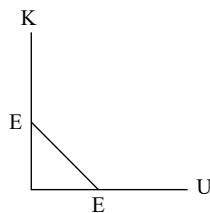
$v_1 < v_2 < v_3$, $W_{mg_1} = W_{mg_2} = W_{mg_3}$ (۴)

$v_1 < v_2 < v_3$, $W_{mg_1} > W_{mg_2} > W_{mg_3}$ (۳)

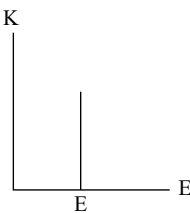
۵۱ اگر در شرایطی که اتلاف انرژی ناچیز است، انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و مکانیکی جسمی را به ترتیب با K ، U و E نشان دهیم، کدام نمودار صحیح نمی‌باشد؟



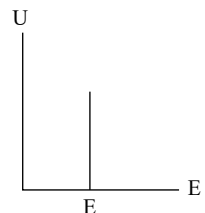
(۴)



(۳)

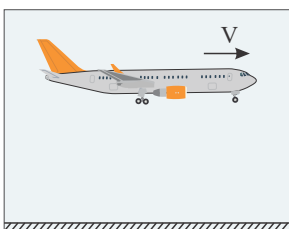


(۲)



(۱)

۵۲ اگر مطابق شکل هواپیمایی که با تندی $۲۸۸ \frac{km}{h}$ در حرکت است، بسته‌ای به جرم ۱۰۰ کیلوگرم را از ارتفاع ۲۰۰ متری زمین رها کند و بسته با تندی $۲۰ \frac{m}{s}$ به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا در این جابجایی چه قدر بوده است؟
 $(g = 10 \frac{N}{kg})$



۱۰۰ kJ (۱)

۵۰۰ kJ (۲)

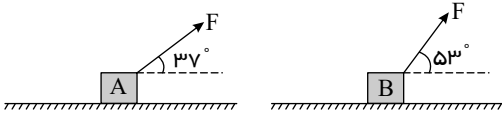
-۱۰۰ kJ (۳)

-۵۰۰ kJ (۴)



مهندس علی عاقلی

۵۳ مطابق شکل دو جسم A و B را با دو نیروی ثابت و هم‌اندازه روی سطح افقی بدون اصطکاک، از حال سکون شروع به حرکت درمی‌آوریم. اگر جرم جسم A دو برابر جرم جسم B باشد، پس از عبور دو جسم از یک نقطه به فاصله یکسان از نقطه شروع حرکت آن‌ها، انرژی جنبشی و تندی جسم A به ترتیب از راست به چپ چند برابر انرژی جنبشی و تندی جسم B است؟



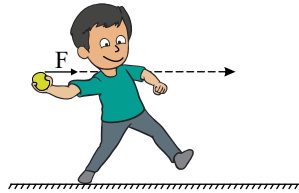
$\frac{1}{2}, 1$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}, 1$ (۳)

$\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}, \frac{4}{3}$ (۱)

۵۴ مطابق شکل شخصی جسمی به جرم 100 گرم را با نیروی ثابت $F = 15N$ از حال سکون پس از 150 سانتی‌متر جابجایی افقی، پرتاب می‌کند. تندی جسم هنگام جدا شدن از دست شخص چند متر بر ثانیه است؟



$10\sqrt{2}$ (۲)

$5\sqrt{2}$ (۱)

$20\sqrt{2}$ (۴)

$15\sqrt{2}$ (۳)

۵۵ ارتفاع یک سد خاکی 150 متر است. در پایین این سد مولدی با توان $150 MW$ برق تولید می‌کند. اگر 75 درصد کار نیروی وزن آب به انرژی الکتریکی تبدیل شود، در هر ثانیه چند مترمکعب آب روی پره‌های توربین ریخته شده است؟

$(g = 10 \frac{N}{kg}, \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3})$

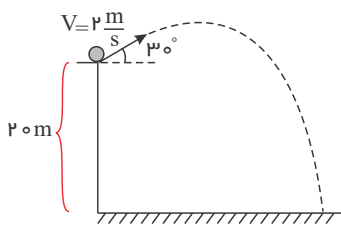
$\frac{40}{3}$ (۴)

$\frac{45}{3}$ (۳)

$\frac{400}{3}$ (۲)

$\frac{450}{3}$ (۱)

۵۶ مطابق شکل جسمی به جرم 100 گرم را از بالای یک بلندی به ارتفاع 20 متر تحت زاویه 30° نسبت به راستای افقی با تندی $2 \frac{m}{s}$ پرتاب می‌کنیم. اگر جسم با تندی $8 \frac{m}{s}$ به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$



3 (۱)

-3 (۲)

17 (۳)

-17 (۴)

۵۷ چتربازی به جرم کل $80 kg$ از ارتفاع 100 متری سطح زمین از حال سکون به پایین کوه در راستای قائم سقوط می‌کند. اگر تندی او هنگام رسیدن به زمین $5 \frac{m}{s}$ باشد، در کل مسیر حرکت چترباز به ترتیب از راست به چپ کار نیروی مقاومت هوا چند کیلوژول و اندازه نیروی متوسط مقاومت هوا چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

$79000 - 7900$ (۴)

$799 - 79$ (۳)

$7900 - 79$ (۲)

$7900 - 79000$ (۱)

۵۸ کار خالصی که برای حرکت دادن جسمی از حال سکون و رساندن به تندی v صرف می‌شود، چند برابر کار خالص لازم برای رساندن تندی همان جسم از v به $3v$ است؟

$\frac{1}{9}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

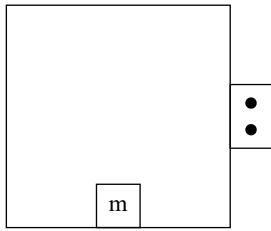
$\frac{1}{8}$ (۱)



مهندس علی عاقلی

۵۹ جسمی به جرم ۶۰ کیلوگرم درون آسانسوری قرار دارد و آسانسور پس از طی کردن مسافت ۹ متری به سمت بالا، تندی اش از $۲ \frac{m}{s}$ به

$۸ \frac{m}{s}$ می رسد. نیروی عمودی سطح چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)



۷۲۰ (۲)

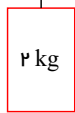
۴۰۰ (۱)

۹۵۰ (۴)

۸۰۰ (۳)

۶۰ در شکل مقابل نیروی ثابت F در راستای قائم به یک جسم ۲ کیلوگرمی وارد می شود. اندازه ی (قدر مطلق) کار این نیرو در ثانیه های

$F = ۲۴ N$



متوالی یک بازه ی زمانی معین

افزایش می یابد. (۱)

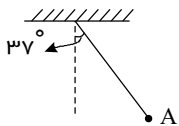
کاهش می یابد. (۲)

بسته به شرایط، هر کدام ممکن است درست باشد. (۴)

ابتدا کاهش، سپس افزایش می یابد. (۳)

۶۱ مطابق شکل زیر، آونگی به طول ۱٫۲۵ متر، با سرعت v از وضعیت نشان داده شده (نقطه ی A) عبور می کند. کمترین مقدار v چند متر

بر ثانیه باشد، تا ریسمان بتواند به وضعیت افقی برسد؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود، $g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$, $\sin ۳۷^\circ = ۰٫۶$)



۴ (۴)

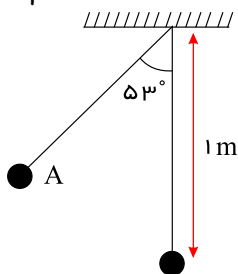
$\sqrt{5}$ (۳)

$۲\sqrt{5}$ (۲)

۲ (۱)

۶۲ در شکل زیر، گلوله آونگ از نقطه A رها می شود و با سرعت v از پایین ترین نقطه مسیر می گذرد. هنگامی که سرعت گلوله به $\frac{\sqrt{2}}{۲} v$

می رسد، زاویه نخ با راستای قائم چند درجه است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود، $g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$ و $\cos ۵۳^\circ = ۰٫۶$)



۶۰ (۱)

۴۵ (۲)

۳۷ (۳)

۳۰ (۴)

پاسخنامه تشریحی

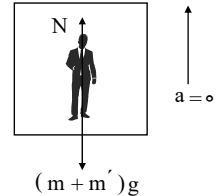
گزینه ۱

می دانیم کار برآیند نیروهای وارد بر هر جسم در یک جابه جایی برابر است با مجموع کار تک تک نیروهای وارد بر همان جسم در همان جابه جایی.

گزینه ۴

ابتدا نیرویی را که از طرف آسانسور به شخص وارد می شود را به دست می آوریم:

$$\sum F = 0 \Rightarrow N - (m + m')g = 0 \Rightarrow N = (70 + 5) \times 10 = 750 \text{ N}$$



اکنون از تعریف کار می توان نوشت:

$$W = Fd \cos \alpha = Nd \cos 0 = 750 \times 6 \times 1 = 4500 \text{ J}$$

گزینه ۱

تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی (*) $W_{mg} = -\Delta U_g$ می دانیم

برای هر سه گلوله:

$$\Delta U_g = U_{rg} - U_{1g}$$

اگر سطح زمین را مبنای پتانسیل گرانشی فرض کنیم:

$$U_{rg} = 0 \rightarrow \Delta U_g = -U_{1g} - mgh \quad (**)$$

$$\xrightarrow{*, **} W_{mg} = -(-mgh) = mgh$$

چون m و h برای هر سه گلوله یکسان است:

$$(W_{mg})_1 = (W_{mg})_2 = (W_{mg})_3$$

طبق رابطه $W_{mg} = mgh$ ، با توجه به مشابه بودن توپها و ارتفاع یکسان آنها تا زمین، کار نیروی وزن بر روی هر سه توپ یکسان است.

گزینه ۴

$$\text{قضیه کار و انرژی جنبشی: } W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{W_t = W_f} -f \cdot d = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

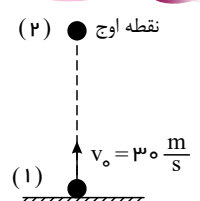
$$\Rightarrow -f \times 4 = \frac{1}{2} \times 2000(0 - 10^2) \Rightarrow f = 25000 \text{ N}$$

گزینه ۱

در صورتی که مقاومت هوا وجود نداشته باشد، انرژی مکانیکی دستگاه پایسته می ماند و می توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow K_1 = U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \Rightarrow \frac{1}{2} \times 30^2 = 10 \times h \Rightarrow h = 45 \text{ m}$$



وجود نیروی اصطکاک (نیروی مقاومت هوا) سبب تلف شدن انرژی مکانیکی دستگاه می شود و در این صورت داریم:

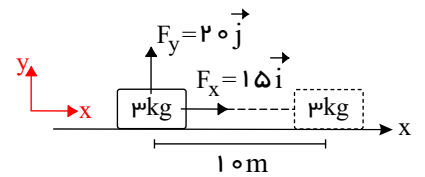
$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = W_f \Rightarrow mgh' - \frac{1}{2}mv_0^2 = -10$$

$$\Rightarrow 0.2 \times 10 \times h' - \frac{1}{2} \times 0.2 \times 30^2 = -10 \Rightarrow 2h' = 80 \Rightarrow h' = 40 \text{ m}$$

$$\Delta h = h - h' = 45 - 40 = 5 \text{ m}$$

گزینه ۳ مطابق شکل مشخص است که مؤلفه افقی نیروی \vec{F} (یعنی $15\vec{i}$) در جهت حرکت جسم و مؤلفه عمودی نیروی \vec{F} (یعنی $20\vec{j}$) عمود بر مسیر حرکت جسم می باشد. بنابراین کارهریک از این نیروها برابر است با:

$$\begin{cases} W_{F_x} = F_x \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 15 \times 10 \times 1 = 150 J \\ W_{F_y} = F_y \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0 \end{cases} \Rightarrow W_{\text{ج}} = W_{F_x} + W_{F_y} = 150 J$$



نگاه دیگر: از ضرب داخلی نیروی \vec{F} در جابجایی نیز می‌توان به سادگی کار نیروی \vec{F} را محاسبه کرد:

$$\begin{cases} \vec{F} = 15\vec{i} + 20\vec{j} \\ \vec{d} = 10\vec{i} + 0\vec{j} \end{cases} \Rightarrow W = \vec{F} \cdot \vec{d} = 15 \times 10 + 20 \times 0 = 150 J$$

گزینه ۷

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + \cancel{U_{g1}} + \cancel{U_{e1}} = E_2 \Rightarrow E_2 = K_2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2(10)^2 = 100 \text{ ژول}$$

گزینه ۸

$$W = f_x \times \Delta x \Rightarrow W = 30 \times 6 = 180 J$$

گزینه ۹ باتوجه به رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ برای مقایسه دو حالت داریم:

میزان افزایش انرژی جنبشی

$$v_1 = v, v_2 = v + 5, K_2 = K_1 + \frac{44}{100}K_1 = 1,44K_1$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 1,44 = \left(\frac{v+5}{v}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1,2 = \frac{v+5}{v} \Rightarrow 1,2v = v+5 \Rightarrow 0,2v = 5 \Rightarrow v = 25 \frac{m}{s}$$

گزینه ۱۰ در اینجا کار برابند نیروها را از ما خواسته که با محاسبه انرژی جنبشی در ابتدا و انتهای مسیر قابل محاسبه است.

برای حل به صورت زیر عمل می‌کنیم:

(۱) ابتدا با داشتن سرعت جسم (v) و انرژی جنبشی آن (K) به محاسبه جرم آن می‌پردازیم که در محاسبه کار برابند نیروها لازم است:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow{K_1=100J, v_1=10m/s} 100 = \frac{1}{2} \times m \times 100 \Rightarrow m = 2kg$$

(۲) دقت کنید که انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت بستگی ندارد و فقط اندازه سرعت (تندی) مهم است. لذا انرژی جنبشی در موقعیت بعدی برابر است با:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{m=2kg, v_2=20m/s} K_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (20)^2 = 400 J$$

(۳) طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، کار برابند نیروهای وارد بر جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است، بنابراین داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 = 400 - 100 = 300 J$$

گزینه ۱۱

بنابر قانون پایستگی انرژی داریم:

$$E_{\text{ع}} = E_{\text{پ}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0,5 \times 10^2 = 25 J$$

گزینه ۱۲ اگر مبدأ پتانسیل را سطح زمین در نظر بگیریم، با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow 0 + mgh = K_2 + 0 \Rightarrow K_2 = mgh \Rightarrow \frac{K_{2B}}{K_{2A}} = \frac{m_B h_B}{m_A h_A}$$

$$= \frac{2m \times 20}{m \times 10} = 4 \Rightarrow K_{2B} = 4K_{2A}$$

گزینه ۱۳ گام اول: چون شرایط خلأ است، انرژی مکانیکی جسم هنگام رسیدن به سطح زمین با انرژی مکانیکی وزنه در ارتفاع h از سطح زمین (که توسط بالابر به این ارتفاع رسانده شده) برابر است، پس:

$$E = mgh = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow V^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 8^2 = 1600 J$$

تندی جسم هنگام برخورد به زمین

گام دوم: این بالابر ۲۰۰۰ J انرژی مصرف کرده و در عوض به جسم ۱۶۰۰ J انرژی تزریق کرده و احتمالاً مابقی آن تلف شده!

$$\text{بازده} = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 = \frac{1600 J}{2000 J} \times 100 = 80\%$$

گزینه ۱۴ جسم به سمت بالا حرکت کرده است، بنابراین:

$$W_{mg} = -450 J \Rightarrow \Delta W = -W_{mg} = 450 J$$

$$\Delta U = U_B - U_A = mgh_B - mgh_A = 30 \times 60 - 30 \times h_A = 30(60 - h_A)$$

$$\Delta U = -W_{mg} \Rightarrow 30(60 - h_A) = -(-450)J \Rightarrow h_A = 45m$$

گزینه ۱۵

$$W_{\text{استور}} + W_{mg} = K_2 - K_1$$

$$W_{\text{استور}} = -W_{mg} = -(mg|\Delta h|) = +200 \times 10 \times 20 = 40000J$$

$$P \times Ra = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow 20000 \times \frac{80}{100} = \frac{40000}{t} \Rightarrow t = 25s$$

گزینه ۱۶

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow 10 \times 4 + \frac{1}{2} \times 0 = 10 \times 1.5 + \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

می توانستیم نقطه B را به عنوان سطح مبدأ پتانسیل در نظر بگیریم و ارتفاعها را نسبت به آن محاسبه کنیم.

گزینه ۱۷

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{2m_1}{m_1} \times \left(\frac{\frac{1}{3}v_1}{v_1}\right)^2 = 2 \times \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

گزینه ۱۸

$$W = Fd \cos \theta = 3000 \times 1200 \times 1 = 3600000J$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{3600000}{60} = 60000W = \frac{60000}{750} = 80hp$$

گزینه ۱۹ چون ۴۰ درصد انرژی مکانیکی گلوله در نقطه پرتاب، تلف می شود پس:

$$E_2 - E_1 = W_f \xrightarrow{W_f = -0.4E_1} E_2 - E_1 = -0.4E_1 \rightarrow E_2 = 0.6E_1$$

نقطه (۱) نقطه پرتاب است که گلوله دارای انرژی جنبشی است و نقطه (۲) همان نقطه اوج گلوله است که دارای انرژی پتانسیل گرانشی است پس:

$$mgh = 0.6 \times \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} gh = 0.6 \times \frac{1}{2} \times v^2 \rightarrow 10 \times 3 = 0.6 \times \frac{1}{2} \times v^2 \rightarrow v^2 = 100 \rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

گزینه ۲۰

$$m = 5 \times 10^{-3}g = 5 \times 10^{-3} \times \frac{1kg}{10^3g} = 5 \times 10^{-6}kg$$

$$v = 144 \frac{km}{h} \times \frac{1000m}{1km} \times \frac{1h}{3600s} = 40 \frac{m}{s}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-6} \times (40)^2 = 4 \times 10^{-3}J = 4mJ$$

گزینه ۲۱

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 800(400 - 25) = 150000J$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{150000}{4} = 37500W = \frac{37500}{750} = 50hp$$

چون اصطکاک نداریم ($W_f = 0$) می توان از اصل پایستگی انرژی بین نقطه پرتاب و نقطه مورد نظر استفاده کرد:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = U_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{3}{2}U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times m(30)^2 = \frac{3}{2} \times mgh \Rightarrow h = 30m$$

گزینه ۲۲

$$R_a = \frac{mgh}{Pt} \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{252000 \times 10 \times 12}{P \times 3600} \Rightarrow P = 10.8kW$$

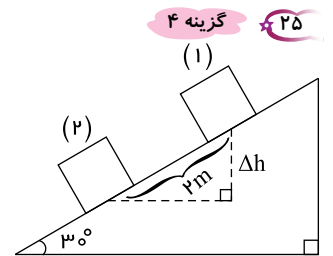
با استنباط از متن تست داده شده چنین برمی آید W_1 و W_2 کار نیروی خالص وارد بر جسم است که تغییرات سرعت جسم منوط به انجام این کار است.

گزینه ۲۴

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow \begin{cases} W_1 = \frac{1}{2}m(v^2 - 0^2) = \frac{1}{2}mv^2 \\ W_f = \frac{1}{2}m((3v)^2 - v^2) = 4mv^2 \end{cases} \rightarrow \frac{W_f}{W_1} = 8$$

$$\Delta h = 2 \times \sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \text{ m}$$

$$W_f = E_f - E_i = (U_f + K_f) - (U_i + K_i) \rightarrow W_f = U_f - U_i = mg\Delta h = 2 \times 10 \times (-1) = -20 \text{ J}$$

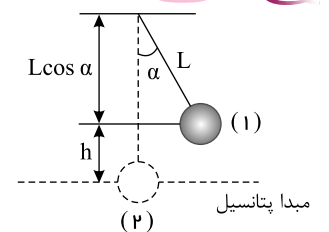


گزینه ۲ با توجه به رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_f}{K_i} = \left(\frac{v_f}{v_i}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_1 + \frac{5}{4}K_1}{K_1} = \left(\frac{v_1 + 5}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{v_1 + 5}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{v_1 + 5}{v_1} \Rightarrow 3v_1 = 2v_1 + 10 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

گزینه ۳ با توجه به قانون پایستگی انرژی می توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 10 \times h = \frac{1}{2} \times (4)^2 \Rightarrow h = 0.8 \text{ m}$$



از طرفی داریم:

$$L = L \cos \alpha + h \Rightarrow 1.6 = 1.6 \cos \alpha + 0.8 \Rightarrow 0.8 = 1.6 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

نکته: هنگامی که گلوله به بالاترین نقطه مسیر خود می رسد، سرعت آن و در نتیجه انرژی جنبشی صفر است و هنگامی که یک گلوله به پایین ترین نقطه مسیر خود می رسد، می توان آن ارتفاع را مبدأ پتانسیل در نظر گرفت و در نتیجه انرژی پتانسیل گرانشی در آن نقطه صفر است.

گزینه ۱

باتوجه به روابط مثلثاتی در مثلث می توان طول مسیر حرکت روی سطح شیب دار را بدست آورد:

$$\sin 37^\circ = \frac{6}{d} \Rightarrow d = 10 \text{ m}$$

باتوجه به عدم پایستگی انرژی داریم:

$$E_1 - E_2 = |W_f| \Rightarrow (U_{g_1} + K_1) - (U_{g_2} + K_2) = |W_f|$$

$$\Rightarrow mgh_1 - \frac{1}{2}mv_1^2 = |f \cdot d \cos \alpha| \Rightarrow 2 \times 10 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times v_2^2 = |4 \times 10 \times \cos 180^\circ|$$

$$120 - v_2^2 = 40 \Rightarrow v_2^2 = 80 \Rightarrow v_2 = 4\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

گزینه ۱ انرژی مکانیکی دو جسم A, B را می یابیم:

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 6^2 = 18 \text{ J}$$

$$E_B = K_B + U_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 + 1 \times 10 \times (2 \sin 37^\circ)$$

$$= 2 + 10 \times 1.2 = 14 \text{ J} \Rightarrow \Delta E = E_B - K_A = 14 - 18 = -4 \text{ J}$$

بنابراین انرژی مکانیکی در این جابه جایی ۴J کاهش یافته است.
دقت: کاهش انرژی مکانیکی، برابر کار نیروی اصطکاک در طی حرکت است.

گزینه ۳

$$\frac{1}{2}mv^2 = 4 \Rightarrow \frac{1}{2}m(4)^2 = 4 \Rightarrow m = \frac{1}{4} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv'^2 = 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}v'^2 = 5 \Rightarrow v'^2 = 40 \Rightarrow v' = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$$

گزینه ۳۱

$$v = at + v_0 \Rightarrow 20 = a \times 10 + 0 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$F = ma = 900 \times 2 = 1800 \text{ N}$$

$$\bar{P} = F \times \bar{v} \Rightarrow \bar{P} = 1800 \left(\frac{0 + 20}{2} \right) = 18000 \text{ W} = 18 \text{ kW}$$

گزینه ۳۲

بنابر قضیه کار و انرژی: کار بر ایند نیروهای وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_T = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[v_1 = 20 \frac{m}{s}]{v_2 = 10 \frac{m}{s}} W_T = \frac{1}{2} \times 2 (10^2 - 20^2) \Rightarrow W_T = -300 \text{ J}$$

گزینه ۳۳

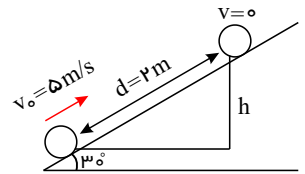
چون جسم به طرف پایین جابه‌جا شده کار نیروی وزن مثبت است و از رابطه $W_{mg} = +mgh$ به دست می‌آید:

$$W_{mg} = +mgh \xrightarrow{m=2 \text{ kg}, h=5 \text{ m}} W_{mg} = 2 \times 10 \times 5 = 100 \text{ J}$$

گزینه ۳۴

$$W_R = K_f - K_1$$

$$W_{fk} + W_{mg} = K_f - K_1$$



دو نیروی وزن و اصطکاک تا بالا رفتن جسم کار انجام می‌دهند و جسم تا نقطه‌ای که سرعتش صفر شود بالا می‌رود. کار نیروی وزن در بالا رفتن مخالف حرکت است و چون پایستار است، برابر است با:

$$W_{mg} = -mgh$$

$$h = d \sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \text{ m}$$

$$W_{fk} - mgh = -\frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow W_{fk} - 2 \times 10 \times 1 = -\frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 \Rightarrow W_{fk} = -5 \text{ J}$$

در برگشت نیز کار نیروی اصطکاک منفی است و برابر کار هنگام بالا رفتن است.

$$W_{fk} \text{ در رفت و برگشت} = 2 \times -5 = -10 \text{ J}$$

گزینه ۳۵

با توجه به این که اصطکاک وجود ندارد، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + 0 = mgh_B + \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow 300 = 120 + \frac{1}{2} v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 360$$

$$E_C = E_A \Rightarrow mgh_C + \frac{1}{2} m v_C^2 = mgh_A + 0 \Rightarrow 240 + \frac{1}{2} v_C^2 = 300 \Rightarrow v_C^2 = 120$$

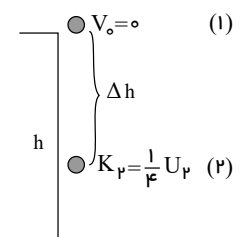
$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \sqrt{\frac{360}{120}} = \sqrt{3}$$

گزینه ۳۶

برای دو نقطه (۱) و (۲) قانون پیوستگی انرژی می‌نویسیم.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow U_1 = U_2 + \frac{1}{4} U_2 \Rightarrow U_1 = \frac{5}{4} U_2$$



ارتفاع نقطه (۲) از سطح زمین $(h - \Delta h)$ است.

$$mgh = \frac{5}{4} mgh - \frac{5}{4} m \Delta h \Rightarrow \Delta h = h$$

$$4h = 5h - 5\Delta h \Rightarrow 5\Delta h = h \Rightarrow \frac{\Delta h}{h} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۳۷

چون اصطکاک نداریم $(W_f = 0)$ می‌توان از اصل پایستگی انرژی بین نقاط A و B استفاده کرد:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2} m v_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow gh_A + \frac{1}{2} v_A^2 = gh_B + \frac{1}{2} v_B^2$$

با ضرب طرفین در ۲

$$10 \times 4 + \frac{1}{2} (2)^2 = 10 \times 1 + \frac{1}{2} v_B^2 \rightarrow 40 + 2 = 10 + v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 32 \Rightarrow v_B = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

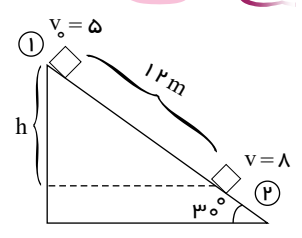
گزینه ۴ ۳۸

$$h = \frac{L}{2} = \frac{12}{2} = 6m$$

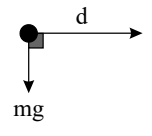
$$E_2 - E_1 = W_{f_k} \Rightarrow (K_2 + U_{g_2} + U_{e_2}) - (K_1 + U_{g_1} + U_{e_1}) = W_{f_k}$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \left[mgh + \frac{1}{2}mv_1^2 \right] = W_{f_k}$$

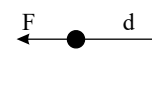
$$\frac{1}{2} \times 2(8)^2 - \left[2 \times 10 \times 6 + \frac{1}{2} \times 2 \times 25 \right] = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -81$$



گزینه ۲ ۳۹ طبق فرض سؤال گلوله افقی حرکت می کند، پس کار نیروی وزن صفر است:



$$W_{mg} = (mg)(d)(a \cos 90^\circ) = 0$$



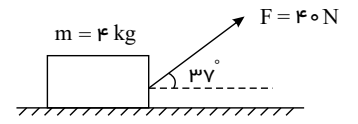
$$W_F = Fd \cos 180^\circ = -Fd$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_F = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_F = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{100} \right) (0^2 - 300^2) \Rightarrow W_F = \frac{-2}{100} \times 9 \times 10^4 = -1800J \Rightarrow W_F = -1800J$$

گزینه ۲ ۴۰ در اینجا دو نیروی F و اصطحکاک در جابه جایی جسم به اندازه ۶ متر، روی آن کار انجام می دهند، بنابراین با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$d = 1,6m$$

$$v_1 = 0, v_2 = 4m/s$$



$$W_t = \Delta K \rightarrow W_F + \underbrace{W_{F_N}}_{\text{صفر}} + \underbrace{W_{mg}}_{\text{صفر}} + W_{f_k} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\rightarrow Fd \cos 37^\circ + f_k d \cos 180^\circ = \frac{1}{2}m(v_2^2 - 0^2)$$

$$\rightarrow 40 \times 1,6 \times \frac{4}{5} + f_k \times 1,6 \times (-1) = \frac{1}{2} \times 4 \times (4^2) = 32$$

$$\rightarrow 51,2 - 1,6f_k = 32 \rightarrow \boxed{f_k = 12N}$$

گزینه ۴ ۴۱

با استفاده از قضیه کار و انرژی داریم:

$$E_1 = E_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 + gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + gh_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(4)^2 + 10(20) = \frac{1}{2}v_2^2 + 10(16) \Rightarrow 8 + 200 = 160 + \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow 48 = \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 96$$

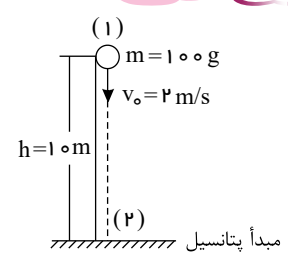
$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{96}{16} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = 6$$

گزینه ۲ ۴۲ اگر اتلاف انرژی مطرح باشد، در مورد تغییرات انرژی می توان گفت:

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow (K_2 + U_{g_2} + U_{e_2}) - (K_1 + U_{g_1} + U_{e_1}) = W_f$$

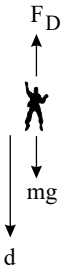
$$\Rightarrow K_2 - \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh \right) = -2 \Rightarrow K_2 - \left(\frac{1}{2} \times 0,1 \times 2^2 + 0,1 \times 10 \times 10 \right) = -2$$

$$K_2 - (0,2 + 10) = -2 \Rightarrow K_2 = 8,2J$$



جمع بندی کار و انرژی

۴۳ گزینه ۴ به چتر باز در حین حرکت دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود.



$$W_t = W_{mg} + W_{fD} = \Delta K \Rightarrow mgd \cos \theta + W_{fD} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow 1000 \times 500 \times (1) + W_{fD} = \frac{1}{2}(1000)(4,5^2 - 1,5^2) \Rightarrow W_{fD} = 500 \times \underbrace{(20,25 - 2,25)}_{18} - 5 \times 10^5 \Rightarrow W_{fD} = 900 - 500000 = -499100 J = -499,1 kJ$$

۴۴ گزینه ۲

$$R_a = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \rho = 1000 \frac{kg}{m^3} = \frac{m}{v} = \frac{m}{3m^2} \Rightarrow m = 3000 kg$$

$$\Rightarrow \text{درصد } 6 \text{ یا } \frac{6}{10} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 12 kW \Rightarrow R_a = \frac{12 kW}{20 kW} = \frac{6}{10}$$

$$P_{\text{ورودی}} = 20 kW \text{ و } P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh}{t} = \frac{(3000 \times 10 \times 24) J}{60 s} = 50 \times 240 W$$

۴۵ گزینه ۱

$$E_f = E_i \Rightarrow U_f + K_f = U_i + K_i \Rightarrow mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 = mgh_i + \frac{1}{2}mv_i^2 \Rightarrow 10 \times 3 + \frac{1}{2} \times 25 = 10 \times h_1 + \frac{1}{2} \times 36 \xrightarrow{\times 2} 60 + 25 = 20h_1 + 36$$

$$\Rightarrow 20h_1 = 85 - 36 = 49 \Rightarrow h_1 = \frac{49}{20} = 2,45 m$$

۴۶ گزینه ۳

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \begin{cases} W_{mg} = \Delta K \\ W_{mg} = -\Delta U_g \end{cases} \Rightarrow \Delta K = -\Delta U_g \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = mg(h_1 - h_f) \Rightarrow \frac{1}{2}(v_f^2 - 20^2) = 10 \times \underbrace{(55 - 30)}_{25} = 250$$

$$\Rightarrow v_f^2 = 400 + 500 = 900 \Rightarrow v_f = 30 \frac{m}{s}$$

۴۷ گزینه ۴ گام اول: می‌دانیم کار نیروی وزن:

$$W_{\text{وزن}} = -mg\Delta h = -(60 \times 10^3)(10)(600) = -36 \times 10^6 J \Rightarrow W_{\text{وزن}} = -3,6 \times 10^7 J$$

گام دوم:

$$E = U + K \Rightarrow \Delta E = \Delta U + \Delta K = mg\Delta h + \frac{1}{2}m(160^2 - 80^2) \Rightarrow \Delta E = 3,6 \times 10^7 + \frac{1}{2} \times (60 \times 10^3) \times \underbrace{(25600 - 6400)}_{19200}$$

$$\Rightarrow \Delta E = 3,6 \times 10^7 + \underbrace{576 \times 10^6}_{5,76 \times 10^7} = 9,36 \times 10^7 J \Rightarrow \Delta E = 9,36 \times 10^7 J$$

۴۸ گزینه ۳

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2,1 \times 10^4 \times (8000)^2 \Rightarrow K = 32 \times 2,1 \times 10^{10} J$$

حال با یک تناسب ساده داریم:

$$\frac{1 \text{ Ton TNT}}{x} \left| \begin{array}{l} 4,2 \times 10^9 J \\ 32 \times 2,1 \times 10^{10} J \end{array} \right. \rightarrow x = \frac{3,2 \times 2,1 \times 10^{11}}{4,2 \times 10^9} \rightarrow x = 160$$

۴۹ گزینه ۱ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی با ثابت ماندن تندی جسم، انرژی جنبشی نیز ثابت مانده، سپس تغییر انرژی جنبشی همینطور کار نیروی خالص وارد بر آن صفر است.

گزینه ب صحیح نیست چون ممکن است در اثر یک نیروی ناپایدار مانند اصطکاک و ... جسم با تندی ثابت حرکت کند (یا روی سطح شیبدار حرکت کند و ...) که در این صورت انرژی مکانیکی آن ثابت نمی‌ماند.

گزینه پ صحیح نیست چون ممکن است جسم روی مسیر خمیده حرکت کند که در اینصورت حرکت به دلیل تغییر جهت سرعت و در نتیجه به دلیل تغییر سرعت، یک حرکت شتابدار است.

۵۰ گزینه ۴ کار نیروی وزن به تغییر ارتفاع که در هر سه مسیر یکسان است بستگی دارد. بنابراین: $W_{mg_1} = W_{mg_2} = W_{mg_3}$

چون اندازه نیروی مقاومت هوا در هر سه مسیر برابر است و طول مسیر (۱) از (۲) و طول مسیر (۲) از (۳) بیش‌تر است کار نیروی اصطکاک در مسیر (۱) بیش‌تر از (۲) و در مسیر (۲) بیش‌تر از (۳) است. بنابراین انرژی جنبشی در انتهای مسیر (۳) بیش‌تر از (۲) و در (۲) بیش‌تر از (۱) است.

گزینه ۴ ۵۱ با توجه به این که اتلاف انرژی ناچیز است، مقدار انرژی مکانیکی (E) در همه حالات و مکانها باید ثابت باشد، بنابراین گزینه‌های ۱ و ۲ به لحاظ علمی ایرادی ندارند. از طرفی با توجه به تعریف انرژی مکانیکی داریم:

$$E = K + U \rightarrow K = E - U$$

اگر K را معادله y و U را معادله x در ریاضی تصور نماییم، معادله $y = E - x$ خطی مایل با شیب -1 و عرض از مبدأ E خواهد بود و بنابراین گزینه ۳ نیز ایرادی ندارد؛ ولی گزینه ۴ جواب تست است. زیرا $U = E - K$ نموداری همانند نمودار گزینه ۳ دارد و نمودار ارائه شده در گزینه ۴ اشتباه می‌باشد.

گزینه ۴ ۵۲ توجه کنید که تندی اولیه بسته صفر نیست و برابر تندی هواپیما است.

$$v_1 = 288 \frac{km}{h} = 80 \frac{m}{s}$$

$$W_t = K_f - K_1 \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} \times 100 \times (20)^2 - \frac{1}{2} \times 100 \times (80)^2$$

$$+mg|\Delta h| + W_f = -300000 \Rightarrow 1000 \times 200 + W_f = -300000$$

$$\Rightarrow W_f = -500000 J = -500 kJ$$

گزینه ۲ ۵۳

$$W_{t(A)} = K_{r(A)} - \cancel{K_{1(A)}} \Rightarrow Fd \cos 37^\circ = K_{r(A)} \Rightarrow K_{r(A)} = Fd \times 0.8$$

$$W_{t(B)} = K_{r(B)} - \cancel{K_{1(B)}} \Rightarrow Fd \cos 53^\circ = K_{r(B)} \Rightarrow K_{r(B)} = Fd \times 0.6$$

$$\frac{K_{r(A)}}{K_{r(B)}} = \frac{Fd \times 0.8}{Fd \times 0.6} = \frac{4}{3}, \quad \frac{K_{r(A)}}{K_{r(B)}} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_{r(A)}}{v_{r(B)}}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{3} = 2 \times \left(\frac{v_{r(A)}}{v_{r(B)}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{v_{r(A)}}{v_{r(B)}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

گزینه ۳ ۵۴

$$W_t = K_r - \cancel{K_1} \Rightarrow W_F + \cancel{W_{mg}} = K_r \Rightarrow Fd \cos 0^\circ = \frac{1}{2} m v_r^2$$

$$\Rightarrow 15 \times 1.5 \times 1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times v_r^2 \Rightarrow v_r = \sqrt{450} = 15\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

گزینه ۲ ۵۵

$$E = \frac{75}{100} W_{mg} = \frac{75}{100} mg |\Delta h| = \frac{3}{4} \times m \times 10 \times 150 = 1125m$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow 150 \times 10^6 = \frac{1125m}{1} \Rightarrow m = \frac{4}{3} \times 10^5 kg$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1000 = \frac{\frac{4}{3} \times 10^5}{V} \Rightarrow V = \frac{400}{3} m^3$$

گزینه ۴ ۵۶

$$W_t = K_r - K_1 \Rightarrow W_f + W_{mg} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_f + mg|\Delta h| = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_f + 1 \times 20 = \frac{1}{2} \times \frac{100}{1000} (\lambda^2 - 2^2) \Rightarrow W_f = -17J$$

گزینه ۲ ۵۷

$$W_t = K_r - \cancel{K_1} \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} \times 80 \times 5^2$$

$$\Rightarrow +mg|\Delta h| + W_f = 1000 \Rightarrow 800 \times 100 + W_f = 1000 \Rightarrow W_f = -79000 J = -79 kJ$$

$$W_f = fd \cos 180^\circ \Rightarrow -79000 = f \times 100 \times (-1) \Rightarrow f = 790 N$$

گزینه ۱ ۵۸

$$v_1 = 0, \quad v_r = v, \quad W_{t_1} = K_r - K_1 = \frac{1}{2} m v^2 - 0 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v_r = v, \quad v_r = 3v, \quad W_{t_2} = K_r - K_1 = \frac{1}{2} m (3v)^2 - \frac{1}{2} m (v)^2 = \frac{1}{2} m (8v^2)$$

$$\frac{W_{t_1}}{W_{t_2}} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}m(\lambda v^2)} = \frac{1}{\lambda}$$

$$W_T = \Delta K \rightarrow W_N + W_{mg} = \Delta K \quad (I)$$

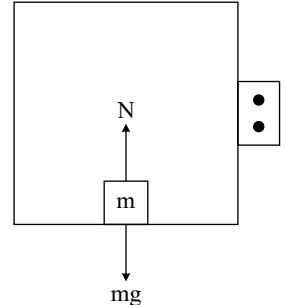
$$W_{mg} = -mgh = -60 \times 10 \times 9 = -5400 \text{ J}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 60 \times (\lambda^2 - 2^2) \rightarrow \Delta K = 1800$$

$$\xrightarrow{(I)} W_N - 5400 = 1800 \rightarrow W_N = 7200 \text{ J}$$

$$W_N = N \times d \times \cos \theta \rightarrow 7200 = N \times 9 \times \cos \theta \rightarrow N = 800 \text{ N}$$

گزینه ۳ می‌دانیم کار کل بر جسم برابر است با:



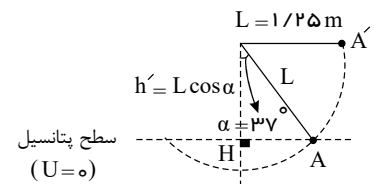
چون جهت حرکت مشخص نیست، می‌توان نتیجه گرفت نوع حرکت ممکن است هر سه مدل ذکر شده باشد و بنابراین h یا Δy نیز ممکن است افزایش یا کاهش یابد و یا حتی ابتدا کاهش و سپس افزایش بیابد و طبق رابطه $W_{mg} = mgh$ می‌توان گفت W_{mg} نیز بسته به شرایط ممکن است افزایش، کاهش و یا ابتدا کاهش و سپس افزایش بیابد.

گزینه ۲ با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی $E_A = E_{A'}$ و از طرفی دیگر اگر کم‌ترین سرعت گلوله در نقطه‌ی A را بخواهیم به گونه‌ای که گلوله به نقطه‌ی A' برسد باید سرعت در نقطه‌ی A' برابر صفر شود.

$$E_A = E_{A'} \Rightarrow K_A + U_A = K_{A'} + U_{A'}$$

$$2 \times \left(\frac{1}{2} m v_A^2 + 0 = 0 + mgh' \right)$$

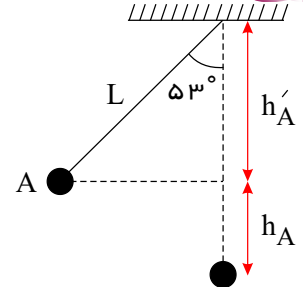
$$v_A^2 = 2gh' \xrightarrow{h' = L \cos 37^\circ} v_A = \sqrt{2gh'} = \sqrt{2gL \cos 37^\circ} = \sqrt{2 \times 10 \times 1.25 \times 0.8} = 2\sqrt{5} \frac{m}{s}$$



گزینه ۳ ابتدا ارتفاع گلوله A را به دست می‌آوریم:

$$\cos 53^\circ = \frac{h'_A}{L} \Rightarrow 0.6 = \frac{h'_A}{1} \Rightarrow h'_A = 0.6 \text{ m}$$

$$h_A = L - h'_A \Rightarrow h_A = 1 - 0.6 \Rightarrow h_A = 0.4 \text{ m}$$



با توجه به اصل پایستگی انرژی بین نقطه A و پایین‌ترین نقطه مسیر (نقطه صفر پتانسیل) می‌توان گفت:

$$E_A = E_o \Rightarrow \cancel{K_A} + U_A = K_o + \cancel{U_o} \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 10 \times 0.4 = \frac{1}{2} \times v^2$$

$$v^2 = 8 \Rightarrow v = 2\sqrt{2} \frac{m}{s} \quad \text{سرعت در پایین‌ترین نقطه:}$$

اکنون می‌توان اصل پایستگی را بین نقطه مورد نظر سوال (B) و نقطه A نوشت:

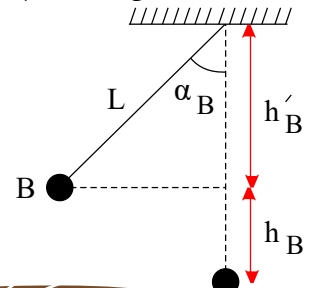
$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + \cancel{K_A} = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow 10 \times 0.4 = (10 \times h_B) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{2} \right)^2 \Rightarrow 4 = 10h_B + 2 \Rightarrow h_B = 0.2 \text{ m}$$

$$h'_B = L - h_B \Rightarrow h'_B = 0.8 \text{ m}$$

$$\cos \alpha_B = \frac{h'_B}{L} \Rightarrow \cos \alpha_B = \frac{0.8}{1} \Rightarrow \alpha_B = 37^\circ$$

بنابراین در مورد زاویه نخ با راستای قائم می‌توان گفت:



پاسخنامه کلیدی

۱	۲	۱۴	۴	۲۷	۲	۴۰	۲	۵۳	۲
۲	۴	۱۵	۲	۲۸	۱	۴۱	۴	۵۴	۳
۳	۱	۱۶	۲	۲۹	۱	۴۲	۲	۵۵	۲
۴	۴	۱۷	۲	۳۰	۳	۴۳	۴	۵۶	۴
۵	۱	۱۸	۳	۳۱	۲	۴۴	۲	۵۷	۲
۶	۳	۱۹	۱	۳۲	۴	۴۵	۱	۵۸	۱
۷	۴	۲۰	۴	۳۳	۴	۴۶	۳	۵۹	۳
۸	۱	۲۱	۳	۳۴	۳	۴۷	۴	۶۰	۴
۹	۴	۲۲	۳	۳۵	۴	۴۸	۳	۶۱	۲
۱۰	۳	۲۳	۴	۳۶	۱	۴۹	۱	۶۲	۳
۱۱	۲	۲۴	۳	۳۷	۲	۵۰	۴		
۱۲	۳	۲۵	۴	۳۸	۴	۵۱	۴		
۱۳	۴	۲۶	۲	۳۹	۲	۵۲	۴		