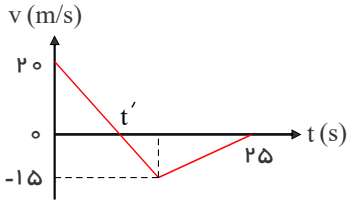
مهندس علی عاقلی

نام و نام خانوادگی:

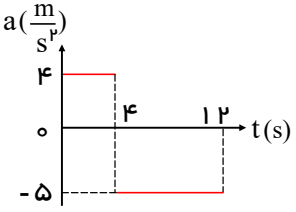
مجموعه تست: جمع بندی حرکت (شتاب ثابت)

۱ نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی که حرکت متحرک خلاف جهت محور x است، چند متر بر ثانیه است؟



۱) صفر
۲) ۲٫۵
۳) ۷٫۵
۴) ۱۰

۲ نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در مبدأ زمان با سرعت ۴ متر بر ثانیه از مبدأ مکان می‌گذرد، مطابق شکل است. مسافت طی شده در بازه‌ی زمانی صفر تا ۱۲ ثانیه، چند متر است؟

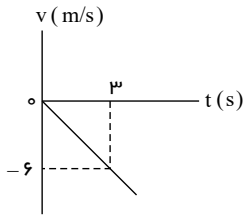


۱) ۴۸
۲) ۹۶
۳) ۱۲۸
۴) ۱۶۰

۳ متحرکی بدون سرعت اولیه در مبدأ زمان از مبدأ مکان روی محور x با شتاب ثابت به حرکت درآمده و در لحظ؟ $t = ۵s$ به مکان $x = -۱۲۲٫۵m$ می‌رسد. بزرگی سرعت متحرک در این لحظهٔ به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟

۱) ۱۹٫۶
۲) ۳۲٫۴
۳) ۴۵٫۰
۴) ۴۹٫۰

۴ شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. مسافتی که متحرک در ۵ ثانیهٔ اول پیموده است، چند متر است؟



۱) ۱۰
۲) ۲۱
۳) ۲۵
۴) ۲۹

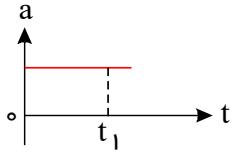
۵ معادله‌ی حرکت متحرکی که روی محور x ها حرکت می‌کند در SI به صورت $x = -t^۲ + ۶t + ۲۰$ است. در کدام فاصله‌ی زمانی، این حرکت کند شونده است؟

۱) $t < ۳$
۲) $t < ۴$
۳) $۶ < t$
۴) $۳ < t < ۶$

۶ معادلهٔ مکان متحرکی در SI به‌صورت $x = -t^۲ + ۴t + ۲۰$ است. حرکت آن از $t = ۰$ تا $t = ۸s$ چگونه است؟

۱) ابتدا کندشونده سپس تندشونده
۲) ابتدا تندشونده سپس کندشونده
۳) پیوسته تندشونده
۴) پیوسته کندشونده

۷ نمودار شتاب – زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند به‌صورت شکل مقابل است. حرکت متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$ چگونه است؟



۱) تند شونده
۲) کند شونده
۳) کند شونده سپس تند شونده
۴) بستگی به سرعت اولیه دارد.

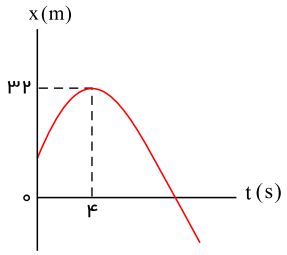
۸ متحرکی روی محور x حرکت می کند و معادله مکان- زمان آن در SI به صورت $x = -\frac{۱}{۲}t^۲ + t + ۶$ است. شتاب و سرعت اولیه این متحرک در SI به ترتیب کدامند؟

۱) -۱ و ۶
۲) $-\frac{۱}{۲}$ و ۱
۳) -۱ و ۱
۴) $-\frac{۱}{۲}$ و ۶

۹ جسمی با شتاب ثابت، از حال سکون در مسیر مستقیم شروع به حرکت می کند. در این حرکت کدام کمیت وابسته به جسم، در زمان های مساوی به یک اندازه تغییر می کند؟

۱) سرعت
۲) مکان
۳) شتاب
۴) سرعت و مکان

۱۰ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل به صورت سهمی است. اگر سرعت اولیه متحرک $۸\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب حرکت چند بر مربع ثانیه است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۱ راننده اتومبیلی ترمز می‌کند و اتومبیل با شتاب ثابت در مدت ۰٫۵ ثانیه مسافت ۵ متر را طی کرده و می‌ایستد. سرعت اتومبیل در لحظه ترمز چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۲۵

۱۲ معادله سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند در SI به صورت $v = -\frac{۱}{۵}t - ۲۰$ است. پس از مبداء زمان، این حرکت چگونه است؟

۱) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده
۲) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده
۳) پیوسته کندشونده
۴) پیوسته تندشونده

۱۳ معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x = ۳t^۲ - ۶t + ۳$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، متحرک در مبدأ مکان قرار می‌گیرد؟

۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۴ معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = ۸t^۲ + ۶t - ۸$ است. شتاب متوسط متحرک در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

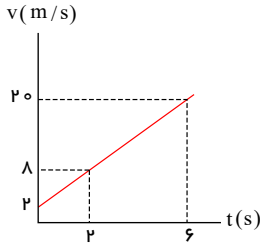
۱۵ اگر معادله ی سرعت متحرکی در SI به صورت $v = ۲t + ۳$ باشد جابه جایی متحرک پس از ۲ ثانیه چند متر است؟

۱) ۸
۲) ۱۲
۳) ۱۶
۴) ۱۰

۱۶ متحرکی که با سرعت ثابت $۵\frac{m}{s}$ در حال حرکت است در لحظه $t=۰$ در مکان $x=۰$ است در اثر نیروی ثابتی در راستا و هم جهت با سرعت آن شتابی برابر ۴ متر بر مجذور ثانیه پیدا می کند معادله حرکت آن در SI کدام است؟

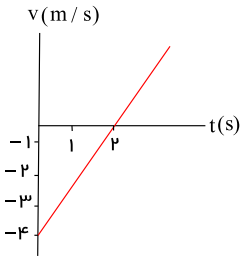
۱) $x=۲t^۲+۵$ ۲) $x=۲t^۲+۵t$ ۳) $x=۲t^۲-۵t$ ۴) $x=۲t^۲-۵$

۱۷ شکل داده شده نمودار سرعت- زمان متحرکی است که با شتاب ثابت حرکت می‌کند معادله‌ی سرعت آن کدام است؟



۱) $v=۳t+۴$
۲) $v=۲t+۴$
۳) $v=۲t+۲$
۴) $v=۳t+۲$

۱۸ شکل داده شده نمودار سرعت- زمان متحرکی است که با شتاب ثابت بر روی خط راست در حرکت است معادله‌ی حرکت آن در SI کدام می‌تواند باشد؟

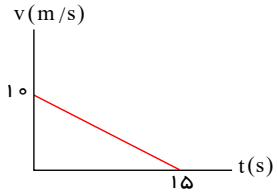


۱) $x=-t^۲+۴t$
۲) $x=۲t^۲-۴t$
۳) $x=t^۲-۴t$
۴) $x=-۲t^۲+۴t$

۱۹ متحرکی در لحظهٔ $t=۰$ با شتاب ثابتی با بزرگی $۲m/s^۲$ بر روی محور xها از مکان $x=۴(m)$ در سوی منفی عبور می‌کند و حرکتش تندشونده و اندازهٔ سرعت اولیهٔ آن $۶m/s$ است. معادلهٔ مکان - زمان متحرک در SI کدام است؟

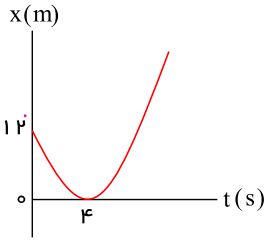
۱) $x=t^۲-۶t+۴$ ۲) $x=-t^۲-۶t+۴$ ۳) $x=-t^۲+۶t+۴$ ۴) $x=t^۲+۶t+۴$

۲۰ اگر نمودار تغییرات سرعت- زمان متحرکی مطابق شکل داده شده باشد معادله‌ی حرکت آن در SI کدام می‌تواند باشد؟



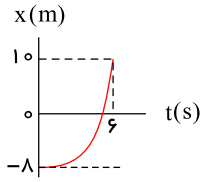
۱) $x=\frac{۱}{۳}t^۲+۱۰t$
۲) $x=-\frac{۲}{۳}t^۲+۱۰t$
۳) $x=\frac{۲}{۳}t^۲+۱۰t$
۴) $x=-\frac{۱}{۳}t^۲+۱۰t$

۲۱ مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت سهمی است. سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۸s$ چند متر بر ثانیه است؟



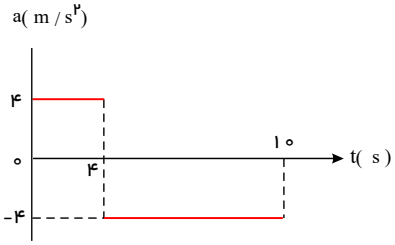
۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۱۲

۲۲ نمودار مکان-زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل است. سرعت متحرک در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است، چند $\frac{m}{s}$ است؟



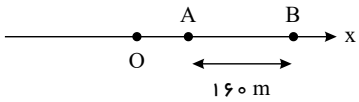
۱) ۰
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۸

۲۳ نمودار شتاب – زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند به‌صورت شکل زیر است. اگر جابه‌جایی متحرک در این ۱۰ ثانیه ۱۵۶ متر باشد، سرعت اولیهٔ متحرک چند متر بر ثانیه است؟



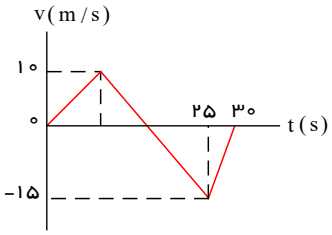
۱) ۲۰
۲) ۱۵
۳) ۱۰
۴) ۵

۲۴ مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت $2\ m/s^2$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و B را در مدت ۸ ثانیه طی کند و در نقطهٔ O سرعتش صفر باشد، فاصلهٔ OA چند متر است؟



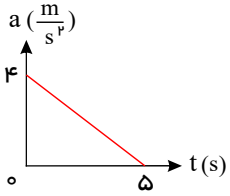
۱) ۱۸
۲) ۳۶
۳) ۴۵
۴) ۷۲

۲۵ نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در مدتی که در سوی مخالف محور x جابه‌جا می‌شود، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲٫۵
۲) ۷٫۵
۳) ۱۰٫۵
۴) ۱۲٫۵

۲۶ متحرکی با سرعت اولیه‌ی $-6\ \frac{m}{s}$ در مسیر مستقیم به حرکت در می‌آید و نمودار شتاب- زمان آن به صورت مقابل است. حرکت این متحرک در فاصله‌ی زمانی نشان داده شده چگونه است؟

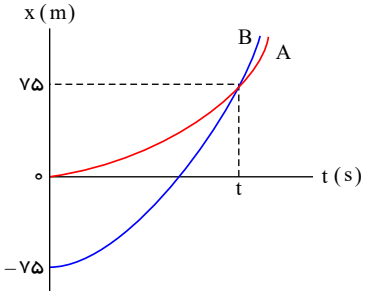


۱) پیوسته کند شونده
۲) پیوسته تند شونده
۳) تند شونده و سپس کند شونده
۴) کند شونده و سپس تند شونده

۲۷ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = 2t^2 + 4t - 8$ است. در فاصلهٔ زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 2s$ مسافتی که متحرک طی می‌کند، چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟

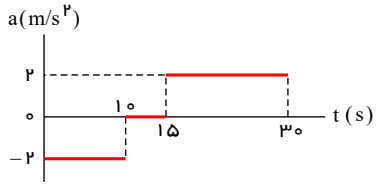
۱) ۱
۲) ۱٫۵
۳) ۱٫۶
۴) ۲

۲۸ نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان از حال سکون به حرکت درآمده‌اند، به‌صورت دو سهمی شکل زیر است. اگر شتاب متحرک A برابر $1/5\ m/s^2$ باشد، نسبت سرعت متحرک B به سرعت متحرک A در لحظه‌ای که از A سبقت می‌گیرد، کدام است؟



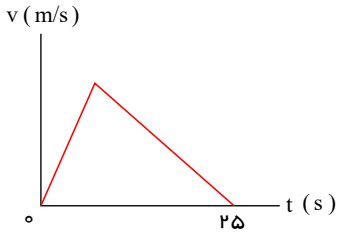
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) ۳
۴) $\frac{۱۰}{۳}$

۲۹ نمودار شتاب-زمان متحرکی که با سرعت اولیهٔ $۳۰\ m/s$ در جهت محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱۰s$ تا $t_۲ = ۳۰s$، چند متر بر ثانیه است؟



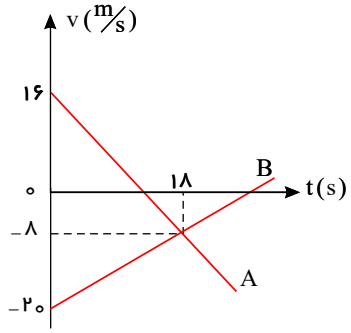
۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۱/۲۵
۴) ۴۲/۵

۳۰ نمودار سرعت-زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در حرکت است، به‌صورت شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در این ۲۵ ثانیه برابر $۱۰\ m/s$ باشد، بیشینهٔ سرعت متحرک در ضمن حرکت، چند متربرثانیه است؟



۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۴۰
۴) ۵۰

۳۱ نمودار سرعت- زمان دو متحرک B, A که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده است، بزرگی جابه‌جایی متحرک B، چند متر است؟

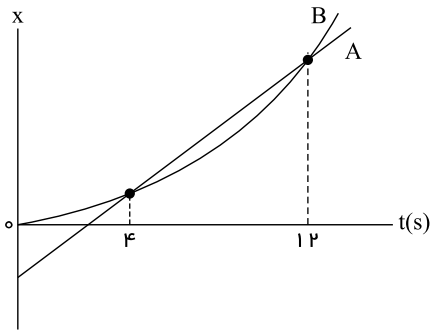


۱) ۱۸۶
۲) ۱۹۲
۳) ۲۰۰
۴) ۲۲۸

۳۲ متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و معادله‌ی مکان- زمان آن در SI به صورت $x = -۲t^۲ + ۱۲t - ۴۰$ است. مسافتی که این متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $t = ۵s$ طی می‌کند، چند متر است؟

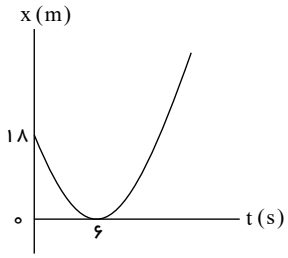
۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۴
۴) ۲۶

۳۳ نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متحرک B در چه لحظه‌ای برابر بزرگی سرعت متحرک A است؟ (نمودار B قسمتی از یک سهمی است.)



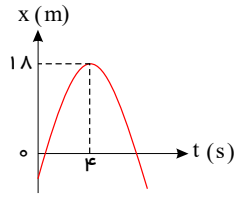
۱) ۱۰
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۵

۳۴ مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت یک سهمی است. شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟



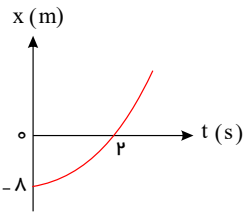
۱) ۳
۲) ۱
۳) -۱
۴) -۳

۳۵ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر به صورت سهمی است. چند ثانیه پس ازلحظه‌ی $t = ۰$ بزرگی سرعت متحرک برابر بزرگی سرعت اولیه می‌شود؟



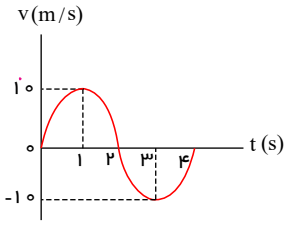
۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

۳۶ متحرکی بدون سرعت اولیه و با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و نمودار مکان- زمان آن مطابق شکل مقابل است. سرعت آن در لحظه $t = ۲s$ چند متر برثانیه است؟



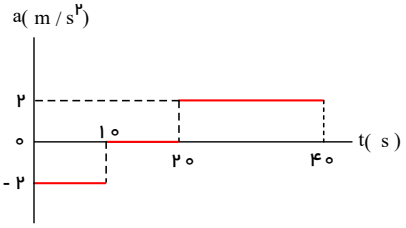
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

۳۷ نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل است. شتاب متوسط و سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی ۱ تا ۳ ثانیه به ترتیب از راست به چپ برابر است با:



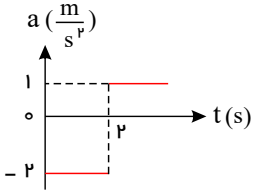
۱) $۰, ۰$
۲) $۰, -۱۰\frac{m}{s^۲}$
۳) $-۱۰\frac{m}{s}, ۰$
۴) $۱۰\frac{m}{s}, -۱۰\frac{m}{s^۲}$

۳۸ نمودار شتاب - زمان متحرکی که ازحال سکون روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. دربازه‌ی زمانی $t_1 = ۲۰s$ تا $t_2 = ۳۵s$، کدام مورد درست است؟



۱) حرکت تندشونده است.
۲) حرکت کندشونده است.
۳) جهت حرکت یک بار تغییر می‌کند.
۴) متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

۳۹ متحرکی از حال سکون در مسیر مستقیم به حرکت در می آید و نمودار شتاب - زمان آن مطابق شکل است. در کدام لحظه (بر حسب ثانیه)، جهت سرعت عوض می شود؟



۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

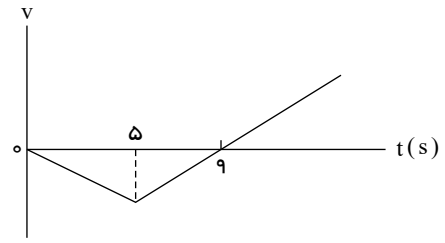
۴۰ متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت $a = ۴\frac{m}{s^2}$ و سرعت اولیهٔ $v_0 = ۶\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. سرعت متوسط متحرک در دو ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۴۱ معادلهٔ سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -۲t + ۴$ است. بزرگی جابجایی متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم چند متر است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

۴۲ نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظهٔ $t = ۰$، در مکان $x = ۰$ باشد، پس از چند ثانیه دوباره از این نقطه عبور می‌کند؟

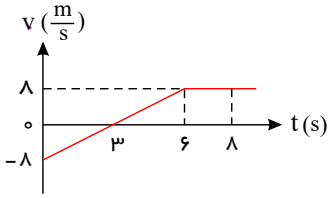


۱) ۱۵
۲) ۱۶
۳) ۱۸
۴) ۲۰

۴۳ متحرکی با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه از نقطه‌ی A به حرکت در می آید و در ادامه ی مسیر به نقطه‌ی B و سپس C می رسد و فاصله‌ی ۱۲۰ متری BC را در مدت ۱۰ ثانیه طی می کند. اگر سرعت متحرک در نقطه‌ی C، $۲۰\frac{m}{s}$ باشد، فاصله‌ی بین A و B چند متر است؟

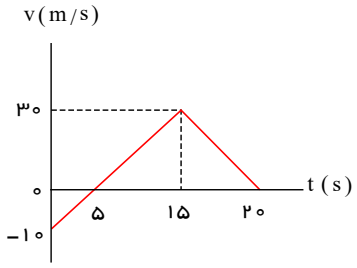
۱) ۲٫۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۲٫۵

۴۴ نمودار سرعت - زمان جسمی که در مسیر مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل مقابل است. سرعت متوسط جسم درمدت ۸ ثانیه‌ی نشان داده شده چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۵ نمودار سرعت - زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل مقابل است. سرعت متوسط آن در مدت ۲۰ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۰٫۵
۲) ۲٫۵
۳) ۱۰
۴) ۱۵

۴۶ متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت فاصلهٔ ۸۰ متری از A تا B را در مدت ۸ ثانیه طی می کند و در لحظهٔ رسیدن به نقطهٔ B سرعتش به $۱۵\frac{m}{s}$ می‌رسد. شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

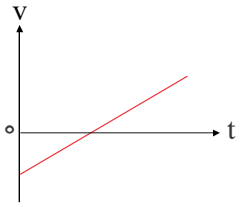
۴۷ متحرکی با شتاب ثابت $\vec{a}=-۴\vec{i}$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ سوم حرکت برابر صفر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ $t_۱=۲s$ و $t_۲=۴s$، چند متر است؟

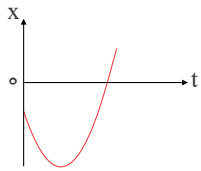
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۱۰

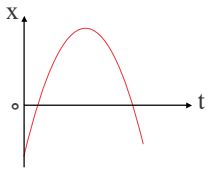
۴۸ متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت حرکت می‌کند و در مدت $۵s$، $۷۵m$ جابه‌جا می‌شود و بزرگی سرعتش به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. در ۵ ثانیهٔ بعدی سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه می‌شود؟

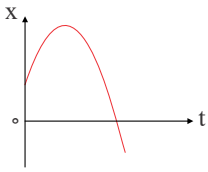
۱) ۱۵ ۲) ۲۵ ۳) ۳۰ ۴) ۳۵

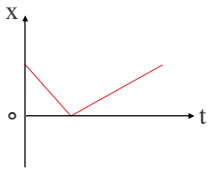
۴۹ نمودار سرعت- زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. نمودار مکان- زمان آن به کدام صورت می‌تواند باشد؟ (منحنی‌های رسم شده در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ قسمتی از یک سهمی هستند.)



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۵۰ معادلهٔ مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x=-۵t^۲+۵t+۱۲$ است. در مورد جهت حرکت و نوع آن کدام مطلب درست است؟

۱) همواره در جهت محور و کندشونده
۲) ابتدا در جهت محور و کندشونده
۳) ابتدا در خلاف جهت محور و کندشونده
۴) همواره در خلاف جهت محور و کندشونده

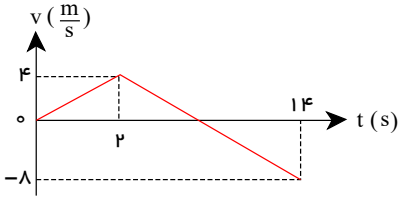
۵۱ دو متحرک از حال سکون با شتاب‌های $۲\,m/s^۲$ و $۸\,m/s^۲$ از نقطه‌ی A در مسیر مستقیم به مقصد نقطه‌ی B هم‌زمان به حرکت در می‌آیند. اگر اختلاف زمانی رسیدن آن‌ها به مقصد ۳ ثانیه باشد، AB چند متر است؟

۱) ۳۶ ۲) ۴۸ ۳) ۵۴ ۴) ۷۲

۵۲ دو متحرک روی خط راست با شتاب‌های ثابت a و $a+۱/۵\frac{m}{s^۲}$ از یک نقطه و از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و بعد از مدت t، سرعت آن‌ها به ترتیب $۱۰\frac{m}{s}$ و $۲۲\frac{m}{s}$ می‌شود. t چند ثانیه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

۵۳ متحرکی روی محور x حرکت می کند و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل روبه رو است. متحرک در ۱۴ ثانیه‌ی اول حرکت، چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده است؟

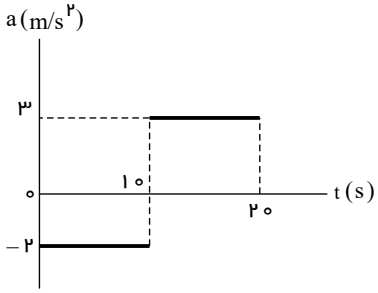


۱) ۴ ۲) ۶
۳) ۱۲ ۴) ۸

۵۴ معادلهٔ سرعت متحرکی در SI به صورت $v=۲t+۴$ است. مسافتی که متحرک در ثانیه ی چهارم حرکت طی‌می کند چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۵۵ نمودار شتاب- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t=۰$ با سرعت اولیهٔ $\vec{v_۰}=(۱۰\frac{m}{s})\vec{i}$ برای اولین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، متحرک برای سومین بار از مبدأ عبور می‌کند؟

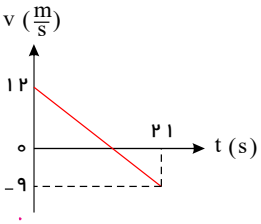


۱) ۱۰
۲) $\frac{۴۰}{۳}$
۳) ۱۵
۴) $\frac{۵۰}{۳}$

۵۶ دو متحرک A و B از یک نقطه بدون سرعت اولیه در یک مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کنند. اگر شتاب متحرک A، ۴ برابر شتاب متحرک B باشد، در یک جابه‌جایی مساوی، سرعت متوسط متحرک A چند برابر سرعت متوسط متحرک B است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۴

۵۷ نمودارسرعت – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی جابجایی متحرک درفاصله‌ی زمانی $t=۶s$ تا $t=۱۲s$ چند متراست؟



۱) ۱۲ ۲) ۱۸
۳) ۲۲/۵ ۴) ۳۲/۵

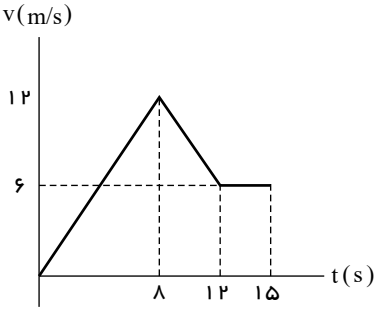
۵۸ دو متحرک روی محور x از حال سکون با شتاب‌های a و $\frac{۹}{۱۶}a$ هم‌زمان از یک نقطه به سوی مقصدی معین به حرکت درمی‌آیند و با فاصلهٔ زمانی ۲ ثانیه به مقصد می‌رسند. زمان حرکت جسمی که زودتر به مقصد می‌رسد، چند ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۵۹ اتومبیلی با تندی (سرعت) ثابت $۷۲\frac{km}{h}$ در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند که ناگهان راننده مانع ثابتی را در ۵۲ متری خود می‌بیند و ترمز می‌کند و حرکت اتومبیل با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ کند می‌شود. اگر زمان واکنش راننده ۰٫۵ ثانیه باشد، اتومبیل:

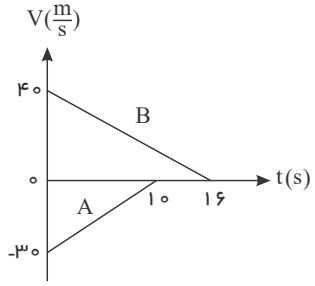
۱) ۲ متر قبل از مانع متوقف می‌شود.
۲) در لحظهٔ رسیدن به مانع متوقف می‌شود.
۳) با تندی (سرعت) $۸\frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.
۴) با تندی (سرعت) $۴\sqrt{۵}\frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.

۶۰ نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t_۱ = ۲s$ مکان متحرک در SI به صورت $\overrightarrow{x_۱} = -۶\vec{i}$ باشد، مکان متحرک در لحظهٔ $t_۲ = ۱۵s$ در SI، کدام است؟



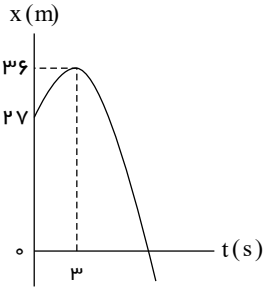
۱) $۹۳\vec{i}$
۲) $۹۶\vec{i}$
۳) $۱۰۵\vec{i}$
۴) $۱۱۸\vec{i}$

۶۱ نمودار سرعت ــ زمان دو قطار A و B که روی یک ریل مستقیم به طرف هم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در لحظهٔ $t = ۰$ فاصلهٔ قطارها از هم ۵۰۰ متر است. لحظه‌ای که قطار A می‌ایستد، قطار B در چه فاصله‌ای از آن قرار دارد؟



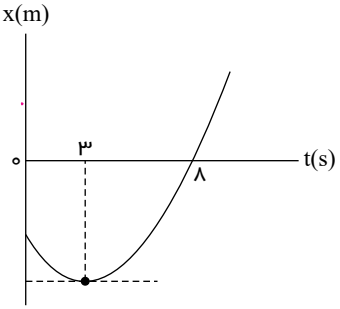
۱) ۲۵
۲) ۷۵
۳) ۱۰۰
۴) ۱۲۵

۶۲ شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. مسافتی که متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۱۰s$ طی می‌کند، چند متر است؟



۱) ۴۰
۲) ۴۵
۳) ۵۸
۴) ۸۵

۶۳ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۸s$ چند برابر مسافت طی‌شده در این بازهٔ زمانی است؟

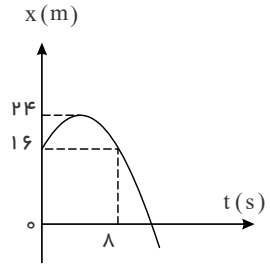


۱) $\frac{۵}{۱۷}$
۲) $\frac{۵}{۱۴}$
۳) $\frac{۸}{۱۷}$
۴) $\frac{۹}{۱۴}$

۶۴ معادله‌ی حرکت متحرکی که روی محور x ها حرکت می‌کند در SI به صورت $x = -t^۲ + ۶t + ۲۰$ است. در کدام فاصله‌ی زمانی، این حرکت کند شونده است؟

۱) $t < ۳$ ۲) $t < ۴$ ۳) $۶ < t$ ۴) $۳ < t < ۶$

۶۵ نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر به‌صورت سهمی است. در بازهٔ زمانی ۰ تا $۸s$ بزرگی شتاب متوسط و سرعت متوسط در SI، کدام است؟

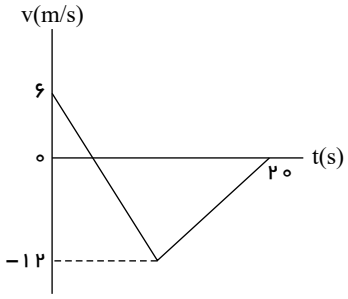


۱) ۱ و صفر
۲) ۲ و صفر
۳) ۱ و ۱
۴) ۲ و ۲

۶۶ اتومبیلی با سرعت $۹۰km/h$ در حرکت است. راننده ناگهان مانعی را در فاصله ی ۸۰ متری خود می بیند و ترمز می کند. اگر زمان تأخیر در واکنش راننده $۰/۴s$ باشد و اندازه ی شتاب کند شدن اتومبیل در حین ترمز $۵m/s^۲$ باشد، اتومبیل:

۱) در ۷/۵ متری مانع می‌ایستد.
۲) به مانع برخورد می‌کند.
۳) در فاصلهٔ ۱۰ متری مانع می‌ایستد.
۴) در لحظهٔ رسیدن به مانع متوقف می‌شود.

۶۷ شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. تندی متوسط متحرک در مدتی که در خلاف جهت محور حرکت می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟

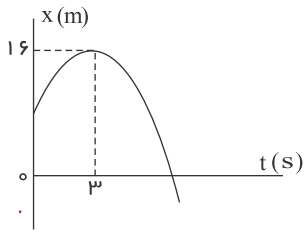


۱) صفر
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۹

۶۸ اتومبیلی با تندی ثابت در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. راننده با شتاب ثابت ترمز می‌کند و پس از طی مسافت ۱۵۰ متر، تندی اتومبیل نصف می‌شود. اتومبیل از لحظه ترمز تا توقف کامل چند متر را طی می‌کند؟

۱) ۱۷۵ ۲) ۲۰۰ ۳) ۲۵۰ ۴) ۳۰۰

۶۹ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۶s$ تندی متوسط متحرک برابر $۳\frac{m}{s}$ باشد، چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x است؟



۱) ۹
۲) ۸
۳) ۷
۴) ۳

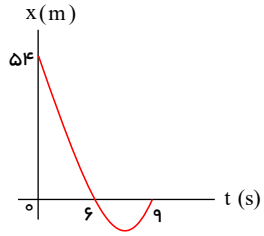
۷۰ متحرکی با شتاب ثابت از حال سکون به حرکت در می‌آید و مسافتی را در مسیر مستقیم طی می‌کند. اگر در انتهای مسیر سرعت آن به $۱۲\frac{m}{s}$ برسد، سرعت آن در وسط مسیر چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱) ۳ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) ۶ ۴) $۶\sqrt{۲}$

۷۱ متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت در مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند. جابه‌جایی این متحرک در ۲ ثانیه اول چند برابر جابه‌جایی آن در ثانیه دوم است؟

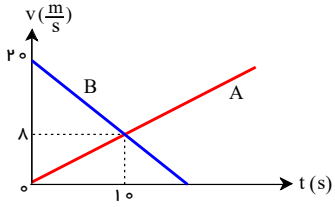
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۷۲ نمودار مکان - زمان متحرکی به صورت سهمی شکل روبه رو است. معادله سرعت- زمان آن در SI کدام است؟



۱) $v = ۲t - ۱۵$
۲) $v = -۲t + ۱۵$
۳) $v = ۴t - ۳۰$
۴) $v = -۴t + ۳۰$

۷۳ شکل روبه‌رو، نمودارهای سرعت- زمان دو متحرک را نشان می‌دهد که روی محور x حرکت می‌کنند. اگر دو متحرک در مبدأ زمان در یک مکان باشند، فاصلهٔ بین آنها در لحظه $t = ۱۰s$ چند متر است؟



۱) ۸۰ ۲) ۹۰
۳) ۱۰۰ ۴) ۱۱۰

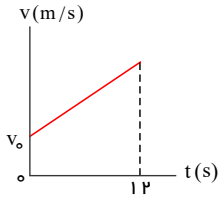
۷۴ متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ روی خط راست به راه می‌افتد. پس از ۲۰ ثانیه سرعتش با آهنگ ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ کاهش می‌یابد تا متوقف شود. از لحظه شروع حرکت تا لحظه توقف، متحرک چند متر جابه‌جا می‌شود؟

۱) ۲۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۸۰۰

۷۵ معادله سرعت زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = ۴t + ۲$ است. مسافتی که این متحرک در ثانیه سوم طی می‌کند چند متر است؟

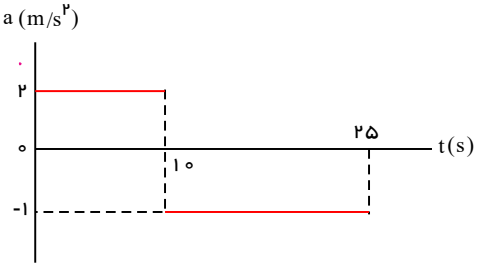
۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۷۶ نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می کند، در شکل روبه رو نشان داده شده است. سرعت متحرک در کدام لحظه برابر با سرعت متوسط آن در این ۱۲ ثانیه است؟



۱) پایان ثانیهٔ ششم ۲) ابتدای ثانیهٔ ششم
۳) در تمام لحظه‌ها ۴) در هیچ لحظه

۷۷ نمودار شتاب - زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x به حرکت درمی آید، مطابق شکل است. سرعت متحرک در لحظه ی $t = ۲۵s$ چند متر بر ثانیه است؟

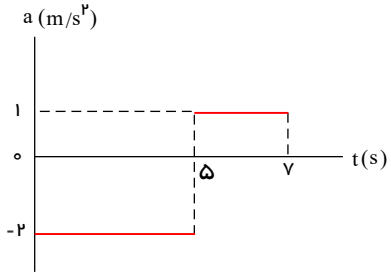


۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۳۵

۷۸ خودرویی با سرعت $۵۴\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. هنگامی که خودرو به فاصله ۲۰ متری یک مانع می رسد، راننده با شتاب ثابت ترمز می کند و خودرو پس از ۲ ثانیه به مانع برخورد می کند. اندازه سرعت خودرو در لحظه برخورد چند کیلومتر بر ساعت است؟

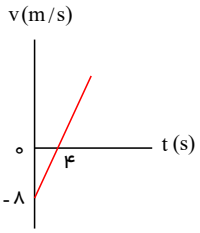
۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۸ ۴) ۳۶

۷۹ نمودار شتاب - زمان متحرکی در SI به صورت شکل زیر است. اگر سرعت اولیه متحرک $۲۰\frac{m}{s}$ باشد، سرعت آن در لحظه $t = ۷s$ چند متر بر ثانیه است؟



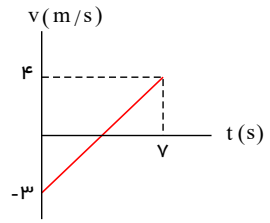
۱) ۸
۲) ۱۲
۳) ۱۰
۴) ۱۴

۸۰ متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت-زمان آن مطابق شکل روبه‌رو است، سرعت متوسط متحرک در فاصله‌ی زمانی $t = ۰$ تا $t = ۵s$، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۳ ۲) -۳ ۳) ۴ ۴) -۴

۸۱ نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می کند، به صورت شکل زیر است. جابه‌جایی این متحرک در فاصله‌ی زمانی $t = ۳s$ تا $t = ۵s$، چند متر است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۸۲ متحرکی روی محور x ها از مکان $x_۰ = ۵m$ با سرعت اولیه $۸\frac{m}{s}$ و شتاب ثابت به حرکت درمی آید و در مکان $x = ۸/۵m$ سرعت آن به $۶\frac{m}{s}$ می رسد معادله‌ی مکان این متحرک در SI کدام است؟

۱) $x = ۲t^۲ + ۸t + ۵$ ۲) $x = -۴t^۲ + ۸t + ۵$ ۳) $x = ۴t^۲ + ۸t + ۵$ ۴) $x = -۲t^۲ + ۸t + ۵$

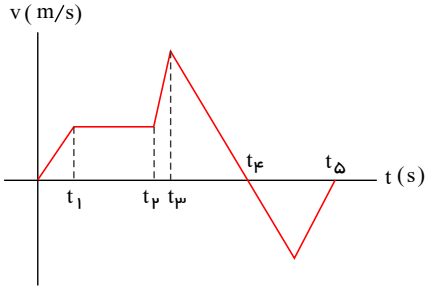
۸۳ متحرکی روی محور xها از مکان $x_۰ = ۴m$ با سرعت اولیه $۴\frac{m}{s}$ و شتاب ثابت به حرکت در می‌آید و در مکان $x = ۱۰m$ سرعت آن به $۸\frac{m}{s}$ می‌رسد. معادله‌ی حرکت آن در SI کدام است؟

۱) $x = -۲t^۲ + ۴t + ۴$ ۲) $x = t^۲ + ۴t + ۴$ ۳) $x = ۲t^۲ + ۴t + ۴$ ۴) $x = -t^۲ + ۴t + ۴$

۸۴ اتومبیلی روی خط راست با سرعت $۷۲km/h$ در حرکت است. راننده ناگهان مانعی را در فاصلهٔ d از خود دیده و با شتاب $۸m/s^۲$ ترمز کرده و درست جلوی مانع متوقف می‌شود. اگر مدت زمان حرکت کندشونده دوبرابر زمان واکنش راننده باشد، فاصلهٔ d چند متر است؟

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۷۵ ۴) ۱۰۰

۸۵ شکل مقابل نمودار سرعت - زمان متحرکی در حرکت روی خط راست را نشان می‌دهد. جسم از مبدا شروع به حرکت کرده است. در چه لحظه‌ای فاصله متحرک از مبدأ حرکت بیشترین مقدار است؟



۱) $t_۲$
۲) $t_۳$
۳) $t_۴$
۴) $t_۵$

۸۶ متحرکی از حال سکون به حرکت درمی‌آید و در مدت ۷ ثانیه با شتاب ثابت سرعتش را به $۲۰m/s$ می‌رساند. سپس ۱۸ ثانیه با همین سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد و پس از آن با شتاب ثابت ترمز می‌کند و در مدت ۵ ثانیه متوقف می‌شود. اندازهٔ سرعت متوسط در کل این ۳۰ ثانیه چند m/s است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۱۴ ۴) ۱۷

۸۷ متحرکی در لحظهٔ $t = ۱s$ با شتاب ثابتی با بزرگی $۲m/s^۲$ بر روی محور xها در سوی مثبت با سرعت $۵m/s$ به‌صورت کندشونده از مکان $x = -۲m$ عبور می‌کند، معادلهٔ مکان زمان آن در SI کدام است؟

۱) $x = -t^۲ - ۳t + ۲$ ۲) $x = -t^۲ + ۳t + ۲$ ۳) $x = -t^۲ + ۷t - ۸$ ۴) $x = -t^۲ + ۵t - ۲$

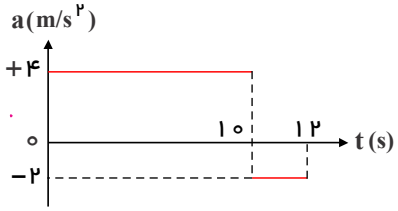
۸۸ قطار A به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت $۴۰\frac{m}{s}$ در حال حرکت است. قطار B به طول ۲۲۵ متر که روی ریل مجاور توقف کرده است، به محض این که قطار A کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ در همان جهت حرکت قطار A شروع به حرکت می‌کند و سرعت خود را به $۵۰\frac{m}{s}$ می‌رساند و با همان سرعت حرکت خود را ادامه می‌دهد. قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت گرفته و از کنار آن کاملاً عبور می‌کند؟

۱) ۵۷٫۵ ۲) ۸۲٫۵ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۵

۸۹ اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت $۱۰۸\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصلهٔ $۱۶۵m$، با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌کند و درست جلوی مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده $t_۱$ و زمانی که حرکت اتومبیل کندشونده بوده $t_۲$ باشد، $\frac{t_۲}{t_۱}$ کدام است؟

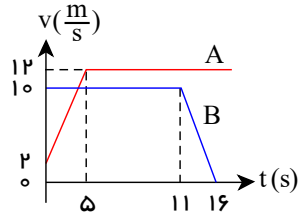
۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۹۰ نمودارشتاب- زمان متحرکی که سرعتش در مبداء زمان $+۵\frac{m}{s}$ است، به صورت شکل زیر می‌باشد، سرعت متوسط متحرک در این ۱۲ ثانیه، چند متر برثانیه است؟



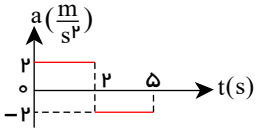
۱) ۱۳٫۵
۲) ۱۴
۳) ۲۷
۴) ۲۸

۹۱ نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل مقابل است. اگر در لحظه ی $t=0$، هر دو در مکان $x=0$ قرار داشته باشند، چند ثانیه پس از آن ، دو متحرک به هم می رسند؟



۱) ۷٫۵ ۲) ۸ ۳) ۱۲٫۵ ۴) ۱۲

۹۲ نمودار شتاب - زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط متحرک در این مدت $6/4m/s$ باشد، سرعت اولیه ی آن چند متر بر ثانیه است؟

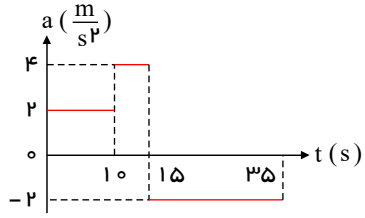


۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

۹۳ متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیهٔ v_0 در ۲ ثانیهٔ اول حرکت خود، ۱۳ متر و در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت خود، ۲۵ متر را طی می‌کند. شتاب حرکت در SI کدام است؟

۱) ۱٫۵ ۲) ۲٫۵ ۳) ۳ ۴) ۵

۹۴ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x در لحظه $t=0$ از مبدأ می‌گذرد، مطابق شکل زیر است. اگر $v_0=-10m/s$ باشد، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در بازه زمانی $t=0$ تا $t=35s$، چند متر است؟

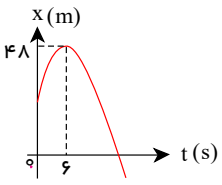


۱) ۲۱۰
۲) ۲۲۵
۳) ۳۲۵
۴) ۳۵۰

۹۵ دو متحرک روی خط مستقیمی به طرف یکدیگر در حرکت هستند. در زمانی که فاصله ی آنها ۱۱۲۵ متر است. سرعت متحرک اول $10\frac{m}{s}$ تند شونده و سرعت متحرک دوم $20\frac{m}{s}$ و آن هم تند شونده است. اگر شتاب متحرک اول $2\frac{m}{s^2}$ و شتاب متحرک دوم $4\frac{m}{s^2}$ باشد، پس از چند ثانیه به یکدیگر می رسند؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۹٫۴ ۳) ۲۵ ۴) ۳۷٫۵

۹۶ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر، به‌صورت سهمی است. اگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=3s$ و $t=9s$ برابر ۱۲ متر باشد، جابجایی متحرک در این بازه چند متر است؟



۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۱۲

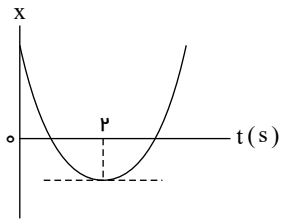
۹۷ در یک مسیر مستقیم اتومبیلی با سرعت ثابت $20\frac{m}{s}$ در حرکت است. از ۳۶ متر جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ از حال سکون در همان جهت به راه می‌افتد. در این حرکت اتومبیل‌ها دو بار از هم سبقت می‌گیرند. فاصلهٔ زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۹۸ متحرکی روی محور x با شتاب ثابت در حرکت است و در مبدأ زمان، با سرعت $v=+۳\frac{m}{s}$ از مکان $x=+۴m$ می گذرد. اگر متحرک در لحظه‌ی $t=۴s$ در جهت مثبت محور x در بیش‌ترین فاصله‌ی خود از مبدأ باشد. در لحظه‌ی $t=۸s$ در چند متری مبدأ خواهد بود؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۹۹ نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۶s$ برابر $۳\frac{m}{s}$ باشد، مسافتی که متحرک در این بازهٔ زمانی طی می‌کند، چند متر است؟



۱) ۱۳ ۲) ۱۵
۳) ۱۷ ۴) ۱۹

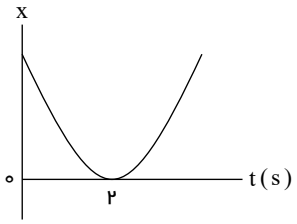
۱۰۰ اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت $a_۱$ در مسیر مستقیم شروع به حرکت می کند. بعد از مدتی، ادامه ی مسیر را در همان جهت با شتاب ثابت $a_۲$ طی می کند تا بایستد. اگر مسافت طی شده در مرحله ی اول ۴ برابر مسافت طی شده در مرحله ی دوم باشد، اندازه ی $a_۲$ چند برابر $a_۱$ است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۰۱ متحرکی در یک مسیر مستقیم از حال سکون با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی حرکتش با شتاب ثابت $۱\frac{m}{s^۲}$ کند می‌شود و در نهایت می‌ایستد، اگر مسافت طی شده در کل مسیر ۶۰۰ متر باشد، مسافت طی شده در ۳۰ ثانیهٔ اول حرکت، چند متر است؟

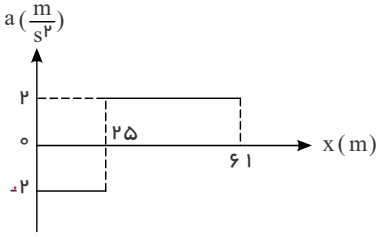
۱) ۴۰۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۵۵۰

۱۰۲ نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو، به صورت سهمی است. کدام مورد درست است؟



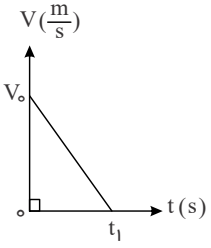
۱) مسافت طی شده در ۳ ثانیهٔ اول برابر مسافت طی شده در ۳ ثانیهٔ دوم است.
۲) مسافت طی شده در ۳ ثانیهٔ اول برابر بزرگی جابه‌جایی این بازهٔ زمانی است.
۳) بزرگی سرعت متوسط در ۴ ثانیهٔ اول برابر بزرگی سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۵s$ است.
۴) بزرگی سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ اول برابر بزرگی سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۴s$ است.

۱۰۳ نمودار شتاب - مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظهٔ $t=۰$ از مبدأ با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ عبور کند، سرعت آن در مکان $x=۶۱m$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲۲
۲) ۱۲
۳) ۸
۴) ۶

۱۰۴ نمودار سرعت ــ زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در ۲ ثانیهٔ اول ۳۶ متر و در ۲ ثانیهٔ آخر ۴ متر جابه‌جا شده باشد، t_1 چند ثانیه است؟

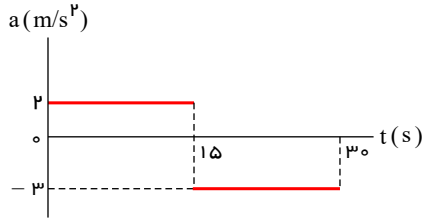


۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۵

۱۰۵ اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت $10\frac{m}{s}$ در لحظهٔ $t=0$ از مبدأ محور عبور می‌کند و پس از $11s$ حرکتش با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ کند می‌شود. اتومبیل B نیز در جهت x در لحظهٔ $t=0$ با تندی اولیهٔ $2\frac{m}{s}$ از مبدأ محور عبور می‌کند و حرکتش با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ تند می‌شود و پس از ۵ ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند، تندی اتومبیل B چند متر بر ثانیه از تندی اتومبیل A بیشتر است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۱۰۶ نمودار شتاب- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و بردار سرعت اولیهٔ آن در SI به صورت $\vec{v_0}=-10\vec{i}$ است، مطابق شکل زیر است. بزرگی جابه‌جایی در ۵ ثانیهٔ ششم، چند برابر بزرگی جابه‌جایی در ۵ ثانیهٔ اول حرکت است؟



۱) ۳٫۵
۲) ۲
۳) ۱٫۵
۴) ۱

۱۰۷ متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت $5\frac{m}{s^2}$ به حرکت درمی‌آید و پس از مدتی حرکتش یکنواخت می‌شود و در نهایت با همان شتاب $5\frac{m}{s^2}$ حرکتش کند شده و می‌ایستد. اگر کل زمان حرکت ۲۵ ثانیه و سرعت متوسط در این مدت $20\frac{m}{s}$ باشد، زمانی‌که حرکت متحرک یکنواخت بوده است، چند ثانیه است؟

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۲۰

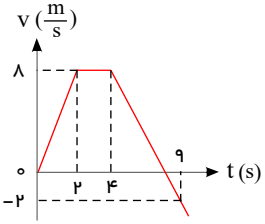
۱۰۸ متحرکی روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند. اگر سرعت متحرک در لحظهٔ $t=0$ در جهت محور x باشد و بردار سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت برابر $v_{av}=(7/5\frac{m}{s})\vec{i}$ و تندی متوسط در این بازه $8/5\frac{m}{s}$ باشد، مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ اول حرکت چند متر است؟

۱) ۵
۲) ۱۵
۳) ۲۵
۴) ۳۵

۱۰۹ معادلهٔ حرکت جسمی در SI به‌صورت $x=2t^3-6t^2+6t$ است. در بازهٔ زمانی صفر تا ۲ ثانیه، کدام مورد درست است؟

۱) شتاب متوسط برابر صفر است.
۲) جهت حرکت یک‌بار تغییر کرده است.
۳) حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.
۴) حرکت ابتدا در جهت محور x و سپس خلاف جهت محور x است.

۱۱۰ نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور x از مکان $x_0 = -۳۶m$ شروع به حرکت می کند، مطابق شکل روبرو است. پس از چند ثانیه متحرک برای اولین بار از مبدأ مکان می‌گذرد؟

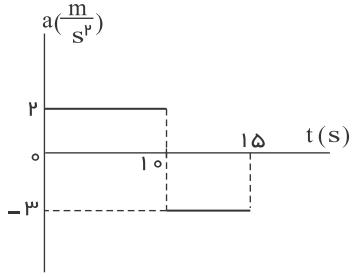


۱) ۲
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۰

۱۱۱ متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_1 = ۳s$ و $t_2 = ۵s$ از مبدأ مکان عبور می‌کند و در لحظه‌ای که به مکان $x = -۱m$ می‌رسد، جهت حرکتش عوض می‌شود. تندی متوسط متحرک از لحظهٔ $t_1 = ۰s$ تا $t_2 = ۵s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{۱۳}{۵}$
۲) ۳
۳) $\frac{۱۷}{۵}$
۴) ۶

۱۱۲ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t = ۳s$ سرعت متحرک، $\vec{v} = (۱\frac{m}{s})\vec{i}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = ۷s$ تا $t_2 = ۱۰s$ چند متر بر ثانیه است؟



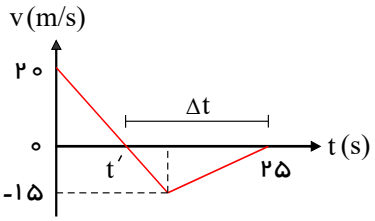
۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۵

۱۱۳ سرعت متحرکی با شتاب ثابت کاهش می‌یابد و بعد از ۱۲ ثانیه متحرک متوقف می‌شود. مسافتی که متحرک در ۶ ثانیه اول این حرکت طی می‌کند، چند برابر مسافتی است که متحرک در ۶ ثانیهٔ پایانی طی می‌کند؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخنامه تشریحی

۱ **گزینه ۳** سرعت متحرک ازلحظه‌ی t' تا $t = ۲۵s$ منفی بوده و متحرک درخلاف جهت محور x در حال حرکت است. برای محاسبه‌ی سرعت متوسط به روش زیرعمل می‌کنیم.



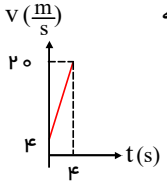
$$\Delta x = -S = -\frac{۱۵ \times \Delta t}{۲}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{-۱۵\Delta t}{۲}}{\Delta t} = -\frac{۱۵}{۲} = -۷٫۵\frac{m}{s} \Rightarrow |\bar{v}| = ۷٫۵\frac{m}{s}$$

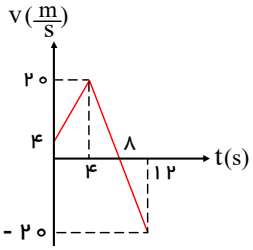
۲ **گزینه ۳** برای حل این تست، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول (رسم نمودار سرعت - زمان):

بازه‌ی زمانی $۰ < t < ۴s$: در این قسمت سرعت اولیه‌ی متحرک $۴\frac{m}{s}$ است. از طرفی با توجه به آنکه اندازه ی شتاب متحرک برابر $۴\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد، در هر ثانیه $۴\frac{m}{s}$ بر سرعت آن افزوده می‌شود و سرعت در پایان ثانیه‌ی چهارم به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. $(۴ + ۴ \times ۴ = ۲۰\frac{m}{s})$،

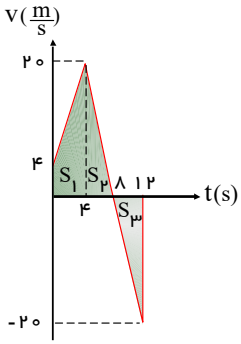


بازه‌ی زمانی $۴s < t < ۱۲s$: در این قسمت با توجه به نمودار فوق، سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۴s$ (یعنی شروع بازه) برابر $۲۰\frac{m}{s}$ می‌باشد. از طرفی با توجه به آنکه اندازه‌ی شتاب برابر $-۵\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد، سرعت متحرک در هر ثانیه $۵\frac{m}{s}$ کاهش می یابد و در $t = ۸s$ به صفر می رسد و در $t = ۱۲s$ به $-۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. با توجه به این موضوع نمودار کلی سرعت - زمان متحرک عبارت است از:



گام دوم (محاسبه ی مسافت طی شده توسط متحرک در بازه‌ی زمانی $(۰ \le t \le ۱۲s)$:

می‌دانیم که مسافت طی شده برابر قدر مطلق سطح زیر نمودار سرعت - زمان است. بنابراین با توجه به نمودار سرعت - زمان مقابل داریم:



$$\text{مسافت طی شده} = |S_۱| + |S_۲| + S_۳| = \frac{(۲۰ + ۴) \times ۴}{۲} + \frac{۴ \times ۲۰}{۲} + \frac{۴ \times ۲۰}{۲} = ۱۲۸m$$

۳ **گزینه ۴** از معادلهٔ مستقل از شتاب کمک می‌گیرید.

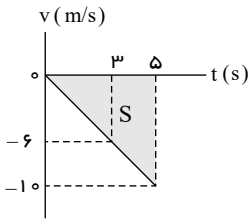
$$\Delta x = \frac{v_۰ + v}{۲}\Delta t \Rightarrow -۱۲۲٫۵ - ۰ = \frac{۰ + v}{۲} \times ۵ \Rightarrow v = -۴۹m/s \Rightarrow |v| = ۴۹m/s$$

۴ **گزینه ۳** روش اول:

متحرک تغییر جهت نداده است (همواره $v < ۰$) بنابراین مسافت طی شده با جابه‌جایی برابر است:

نمودار خطی است. در مدت $۳s$ سرعت $۶m/s$ تغییر کرده یعنی در هر ثانیه: $۲m/s$. پس در مدت $۵s$ سرعت $۱۰m/s$ تغییر کرده است: $v(t = ۵s) = -۱۰m/s$ سطح زیر نمودار مسافت را به ما می‌دهد:

$$L = |S| = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۵ = ۲۵m \quad \text{مسافت}$$



روش دوم:

بعد از یافتن $v(t=۵)=-۱۰m/s$ و اینکه حرکت شتابدار با شتاب ثابت روی مسیر مستقیم است:

$$L=|\Delta x|=|\frac{v(۵)+v(۰)}{۲}\times\Delta t|=|\frac{-۱۰+۰}{۲}\times۵|=۲۵m$$

روش سوم:

شیب نمودار $(v-t)$ برابر a است؛ چون نمودار درجهٔ اول است:

$$a=(a_{av})=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{(-۶)-۰}{۳-۰}=-۲m/s^۲$$

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t=\frac{۱}{۲}(-۲)(۵)^۲+(۰)(۵)=-۲۵m$$

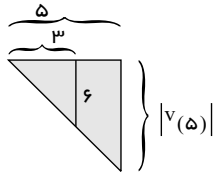
تغییر جهت نداریم : $L=|\Delta x|=۲۵m$

روش چهارم:

ابتدا به کمک تالس:

$$|v(۵)|\rightarrow\frac{۶}{|v(۵)|}=\frac{۳}{۵}\rightarrow|v(۵)|=۱۰m/s$$

ادامهٔ راه مطابق روش‌های قبلی است.



$$L=|S|=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۵=۲۵m$$

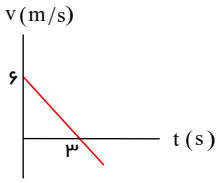
لطفاً روش‌های دیگر را خودتان امتحان کنید.

۵ گزینه ۱

معادلهٔ مکان مربوط به حرکت شتابدار با شتاب ثابت است.

با توجه به آن معادل، سرعت ـ زمان را مشخص کرده و نمودار مربوط به آن را رسم می‌کنیم.

با توجه به نمودار مشخص می‌شود در لحظه‌های $t<۳$ حرکت به صورت کند شونده انجام می‌شود.



$$x=-t^۲+۶t+۲۰\xrightarrow[v_۰=۶\frac{m}{s}]{a=-۲\frac{m}{s^۲}}v=-۲t+۶$$

۶ گزینه ۱ **باتوجه به اینکه ضریب $t^۲$ و ضریب t هم علامت نیستند، تا قبل از توقف حرکت کندشونده و سپس از آن تند شونده است. پس در ابتدا لحظهٔ توقف را می‌یابیم.**

$$x=-t^۲+۴t+۲۰\Rightarrow a=-۲\frac{m}{s^۲},\ v_۰=۴\frac{m}{s}$$

$$v=at+v_۰=-۲t+۴=۰\Rightarrow t=۲s$$

در ابتدای حرکت a ، $v_۰$ علامت مخالف دارند و حرکت کندشونده است و در ادامه در لحظهٔ $t=۲s$ سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد و بعد از آن سرعت منفی و حرکت تندشونده می‌شود.

۷ گزینه ۴ **به کمک نمودار شتاب- زمان نمی‌توانیم نوع حرکت از نظر تند شونده یا کند شونده بودن را تعیین کنیم؛ زیرا نمودار شتاب- زمان فقط علامت شتاب را به ما می‌دهد و علامت سرعت مشخص نیست. اما در صورتی که سرعت اولیه ($v_۰$) مشخص باشد، می‌توانیم تغییرات سرعت را با محاسبهٔ سطح زیر نمودار به‌دست آوریم و به کمک این دو کمیت علامت سرعت و درنتیجه نوع حرکت را مشخص کنیم.**

۸ گزینه ۳ اگر معادله را به صورت $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$ فرض کنیم، ملاحظه می شود که $a = -۱$ و $v_۰ = ۱$ است.

۹ گزینه ۱ شتاب حرکت، نشان دهنده آهنگ تغییرات سرعت است. وقتی بیان می شود که شتاب ثابت است، به این مفهوم است که تغییرات سرعت در زمان های مساوی ثابت است و همه با هم برابرند.

۱۰ گزینه ۲ در لحظه $t = ۴s$، سرعت به صفر رسیده است (شیب نمودار) پس می توان نوشت:

$$a = \frac{v - v_۰}{\Delta t} = \frac{۰ - ۸}{۴} = -۲\frac{m}{s^۲} \Rightarrow |a| = ۲\frac{m}{s^۲}$$

۱۱ گزینه ۳

با استفاده از رابطهٔ مستقل از زشتاب داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t$$

$$۵ = \frac{۰ + v_۰}{۲} \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow v_۰ = ۲۰\frac{m}{s}$$

۱۲ گزینه ۴ سرعت اولیه و شتاب هر دو منفی هستند، پس حرکت پیوسته تندشونده در جهت منفی محور x است.

۱۳ گزینه ۲

مبدأ مکان، یعنی $x = ۰$، پس: $۰ = ۳t^۲ - ۶t + ۳ \Rightarrow ۰ = ۳(t^۲ - ۲t + ۱) = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۲t + ۱ = ۰$

$$\Rightarrow (t-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow t - ۱ = ۰ \Rightarrow t = ۱s$$

۱۴ گزینه ۴

رابطهٔ مکان - زمان درجهٔ ۲ است پس شتاب ثابت است.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ = ۸t^۲ + ۶t - ۸ \Rightarrow a = ۱۶\frac{m}{s^۲}$$

۱۵ گزینه ۴

با توجه به داشتن معادله سرعت - زمان می توان سرعت را در تمام نقاط بدست آورد و بنابر پارامترهای حرکت (معلوم: $t, a, v, v_۰$ ، مجهول: x) از رابطه مستقل از شتاب استفاده کرد.

(البته با استفاده از رابطه‌ی شتاب نیز قابل محاسبه است)

$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \rightarrow v_۱ = ۳ \\ t_۲ = ۲ \rightarrow v_۲ = ۷ \end{cases} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{۳ + ۷}{۲} \times ۲ \Rightarrow \Delta x = ۱۰m$$

۱۶ گزینه ۲ سرعت اولیه $+۵\frac{m}{s}$ است (جهت حرکت مشخص نیست، پس $+$ در نظر گرفته می شود) و شتاب نیز هم جهت با آن و به مقدار $+۴\frac{m}{s^۲}$ می باشد، پس شتاب را هم $+۴\frac{m}{s^۲}$ در نظر می گیریم، بنابراین داریم:

$$x = \frac{۱}{۲} \times (۴)t^۲ + ۵t \Rightarrow x = ۲t^۲ + ۵t$$

۱۷ گزینه ۴ در لحظهٔ $t = ۶s$، سرعت برابر $۲۰\frac{m}{s}$ است که فقط گزینه ۴ چنین است. حال اگر بخواهیم بدون بررسی گزینه‌ها به معادلهٔ سرعت برسیم داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲۰ - ۲}{۶ - ۰} = \frac{۱۸}{۶} = ۳\,m/s^۲$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۳t + ۲$$

۱۸ گزینه ۳ با توجه به گزینه‌ها مکان اولیه متحرک $x_۰ = ۰$ است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۴}{۲} = ۲m/s^۲, \quad x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \overset{x_۰=۰}{\Rightarrow} x = \frac{۱}{۲}(۲)t^۲ + (-۴)t = t^۲ - ۴t$$

۱۹ گزینه ۲

چون متحرک در سوی منفی شروع به حرکت کرده پس علامت سرعت اولیه منفی است و چون حرکت تندشونده است باید سرعت و شتاب هم‌علامت باشند پس علامت شتاب هم منفی است.

$$v_۰ = -۶m/s \ , \ a = -۲m/s^۲ \ , \ x_۰ = ۴m$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

$$x = \frac{۱}{۲}(-۲)t^۲ + (-۶)t + ۴$$

$$x = -t^۲ - ۶t + ۴$$

۲۰ گزینه ۴ شیب نمودار سرعت-زمان ثابت است. بنابراین حرکت متحرک با شتاب ثابت می‌باشد و شتاب آن برابر است با:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-10}{15-0}=-\frac{2}{3}m/s^2$$

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0=\frac{1}{2}(-\frac{2}{3})t^2+10t+x_0 \xrightarrow{x_0=0} x=-\frac{1}{3}t^2+10t$$

۲۱ گزینه ۳

معادلهٔ مستقل از شتاب : $\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t \Rightarrow 0-12=\frac{0+v_0}{2}\times 4 \Rightarrow v_0=-6m/s$

با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در $t=4$ است، سرعت در $t=8s$، هم‌اندازهٔ سرعت در لحظهٔ صفر است. پس: $v=+6m/s$

۲۲ گزینه ۳ باتوجه به نمودار، شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در لحظهٔ $t=0$ برابر صفر است، پس $v_0=0$ است.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow 10=\frac{1}{2}a(6)^2+0-8 \Rightarrow a=1$$

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \Rightarrow 0=\frac{1}{2}\times t^2-8 \Rightarrow t^2=16 \Rightarrow t=4$$ لحظه‌ای که متحرک از مبدأ عبور می‌کند.

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=1\times 4+0=4\frac{m}{s}$$

۲۳ گزینه ۳ سرعت متحرک در لحظهٔ صفر را v_0 فرض می‌کنیم و سرعت متحرک در لحظه‌های $t=4s$ و $t=10s$ را به‌دست می‌آوریم. با توجه به نمودار شتاب - زمان متحرک داریم:

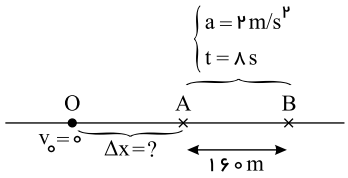
$$v=at+v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_4=4\times 4+v_0=16+v_0 \\ v_{10}=-4\times 6+v_4=-24+16+v_0=-8+v_0 \end{cases}$$

$$\Delta x=\frac{v_2+v_1}{2}\times \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2=\frac{16+v_0+v_0}{2}\times 4+\frac{-8+v_0+16+v_0}{2}\times 6=56+10v_0$$

$$\Rightarrow 156=56+10v_0 \Rightarrow 100=10v_0 \Rightarrow v_0=10\frac{m}{s}$$

۲۴ گزینه ۲ در ابتدا باتوجه به معلوم بودن زمان جابه جایی، شتاب و مقدار جابه جایی AB، سرعت در نقطه A را می‌یابیم

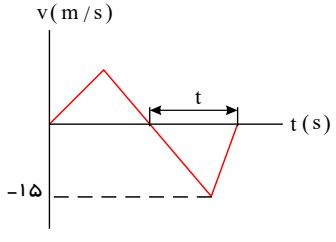


$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_At \rightarrow 160=(\frac{1}{2})(2)(8)^2+V_A(8) \rightarrow v_A=12(\frac{m}{s})$$

حال با استفاده از معادلهٔ سرعت-جابجایی (مستقل از زمان) بین دو نقطهٔ o و A داریم:

$$V_A^2-V_0^2=2a(\Delta x) \xrightarrow{V_0=0} (12)^2-0=(2)(2)\Delta x \rightarrow \Delta x_{OA}=36m$$

۲۵ گزینه ۲ با توجه به نمودار اگر به اندازهٔ t ثانیه جسم در خلاف جهت محور x حرکت کند، داریم:



$$|\Delta x|=S=\frac{15\times t}{2} \Rightarrow |v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}=\frac{\frac{15\times t}{2}}{t}=7/5\frac{m}{s}$$

۲۶ گزینه ۴ نکته: سطح زیر نمودار $a-t$ برابر Δv می باشد.

با توجه به نمودار ارایه شده در متن سؤال، مشخص است که شتاب متحرک در بازه ی زمانی نشان داده شده همواره مثبت است. برای به دست آوردن علامت سرعت سطح زیر منحنی را در

فاصله ی زمانی نشان داده شده به دست می آوریم.

$$S_{(0-5)} = \Delta v = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v = 10 \Rightarrow v_5 - v_0 = 10 \Rightarrow v_5 - (-6) = 10 \Rightarrow v_5 = 4 \frac{m}{s}$$

اکنون با بررسی علامت سرعت و شتاب در این بازه‌ی زمانی داریم:

لحظه‌ی شروع بازه زمانی $\begin{cases} a_0 = 4 > 0 \\ v_0 = -6 < 0 \end{cases} \rightarrow a \cdot v < 0$ کند شونده

لحظه‌ی پایان بازه زمانی $(t = 5)$ $\begin{cases} a > 0 \\ v_5 = 4 \end{cases} \rightarrow a \cdot v > 0$ تند شونده

۲۷ **گزینه ۱** معادلهٔ مکان - زمان درجهٔ ۲ بر حسب زمان است. بنابراین حرکت با شتاب ثابت بر خط راست است. (مشابه کتاب درسی از مشتق کمک نمی‌گیریم.)

$$\begin{cases} x = 2t^2 + 4t - 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = 2 \rightarrow a = +4 \\ v_0 = +4 \end{cases} \rightarrow v = at + v_0 = 4t + 4$$

مشخص است که $v \neq 0$ یعنی متحرک بر خط راست، بدون تغییر جهت است.

بنابراین: $\frac{L}{|\Delta x|} = 1$

۲۸ **گزینه ۲** در لحظهٔ سبقت مکان دو متحرک یکسان و برابر ۷۵ متر است، پس معادلهٔ حرکت هر یک را می‌نویسیم و با هم مساوی قرار می‌دهیم

$$\begin{cases} A: v_A = a_A t_t + v_{0A} = 1/5t \text{ , و } x_A = \frac{1}{2} \times 1/5t^2 = 0/75t^2 \\ B: v_B = a_B t_t + v_{0B} = a_B t \text{ و } x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 - 75 \end{cases}$$

$$x_A = x_B = 75 \begin{cases} x_A = 0/75t^2 = 75 \rightarrow \boxed{t = 10s} \text{ : در لحظهٔ سبقت} \\ x_B = \frac{1}{2}a_B \times 10^2 - 75 = 75 \rightarrow a_B = 3\, m/s^2 \end{cases} \rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{3 \times 10}{1/5 \times 10} = 2$$

۲۹ **گزینه ۳** روش‌های متفاوتی وجود دارد. می‌توان از رسم نمودار $(v - t)$ و یافتن مساحت سطح زیر نمودار $(v - t)$ استفاده نمود.

یک روش، مشخص نمودن سرعت در ابتدا و انتهای بازه‌های زمانی داده‌شده و یافتن جابه‌جایی‌های انجام شده در بازه است:

$$(\text{در بازهٔ زمانی صفر تا } 10s) \Rightarrow \begin{cases} v_{(10)} = at + v_0 = (-2)(10) + 30 = 10\, m/s \\ v_{(0)} = 30\, m/s \end{cases}$$

$$(\text{در بازهٔ زمانی } 10s \text{ تا } 15s) \Rightarrow \Delta x_1 = v\Delta t = v_{(10)}\Delta t = 10 \times 5 = 50m$$

$$(\text{در بازهٔ زمانی } 15s \text{ تا } 30s) \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_2 = (\frac{10 + 40}{2})(15) = 25 \times 15 = 375 \\ v_{(15)} = v_{(10)} = 10\, m/s \\ v_{(30)} = v_{(15)} + 2 \times 15 = 10 + 30 = 40\, m/s \end{cases}$$

$$\text{کل } \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 50 + 375 = 425 \rightarrow v_{av} = \frac{425}{20} = 21/25$$

۳۰ **گزینه ۱**

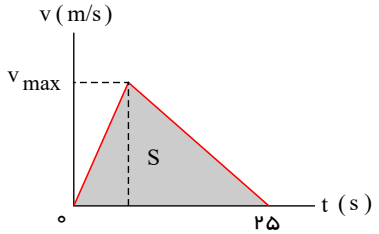
می‌دانیم که در این سوال که متحرک فقط در یک جهت حرکن کرده(همواره $v>0$) نمودار v-t آن به صورت یک مثلث است. سرعت متوسطش، نصف ارتفاع مثلث است. یعنی:

$$v_{av} = \frac{1}{2}v_{max} \xrightarrow{V_{av}=10\frac{m}{s}} 10 = \frac{1}{2}v_{msx} \rightarrow v_{max} = 20\frac{m}{s}$$

$$\Delta x = S_{\text{مثلث}} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2}$$

$$\Delta x = 10 \times 25 = 250$$

$$\frac{v \times 25}{2} = 10 \times 25 \Rightarrow v = 20\, m/s$$



۳۱ **گزینه ۲** ابتدا (t) لحظه‌ای را که تا آن لحظه متحرک در جهت محور x حرکت کرده است را به‌دست می‌آوریم:

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۸ - ۱۶}{۱۸} = \frac{-۲۴}{۱۸} = -\frac{۴}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

$$v_A = a_A t + v_{۰A} \xrightarrow{v_t = ۰} ۰ = -\frac{۴}{۳}t + ۱۶ \rightarrow t = ۱۲s$$

اکنون جابجایی متحرک B را در مدت $۱۲s$ به‌دست می‌آوریم:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۸ - (-۲۰)}{۱۸} = \frac{۱۲}{۱۸} = \frac{۲}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t \xrightarrow{t' = ۱۲s} \Delta x_B = (\frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۳} \times ۱۲^۲) + (-۲۰ \times ۱۲) = ۴۸ - ۲۴۰ = -۱۹۲m$$

$$|\Delta x_B| = ۱۹۲m$$

۳۲ گزینه ۴ با استفاده از رابطهٔ $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰$، شتاب و سرعت اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$x = -۲t^۲ + ۱۲t - ۴۰ \rightarrow a = -۴ \ , \ v_۰ = ۱۲\frac{m}{s}$$

برای محاسبه‌ی مسافت طی شده باید ابتدا لحظه‌ی توقف متحرک را بدست بیاوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = -۴t + ۱۲ \xrightarrow[\text{شرط توقف}]{v=۰} ۰ = -۴t + ۱۲ \Rightarrow t = ۳(s)$$

حال مکان متحرک را در لحظات ابتدا، انتها و لحظه‌ی توقف بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \rightarrow x_۱ = -۴۰ \ (۱) \\ t_۲ = ۳ \rightarrow x_۲ = -۲۲ \ (۲) \\ t_۳ = ۵ \rightarrow x_۳ = -۳۰ \ (۳) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{(۱),(۲)} \Delta x_۱ = -۲۲ - (-۴۰) = ۱۸ \\ \xrightarrow{(۲),(۳)} \Delta x_۲ = -۳۰ - (-۲۲) = -۸ \end{cases} \Rightarrow d = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = ۲۶$$

مسافت طی شده برابر مجموع اندازه‌ی جابجایی‌های دو مرحله‌ی می‌باشد.

۳۳ گزینه ۲

فرض کنیم لحظهٔ موردنظر $t = t'$ است.

$$B : x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t + \cancel{x_{۰B}^{۰}}$$

$$A : x_A = v_A t + x_{۰A}$$

در $t = ۴s$ و $t = ۱۲s$ ؛ $x_A = x_B$ است:

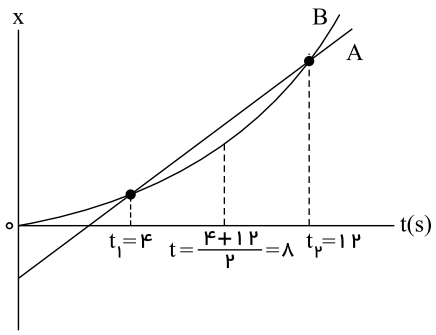
$$t = ۴s \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_B \times ۴^۲ + v_{۰B} \times ۴ = v_A \times ۴ + x_{۰A} \quad (۱)$$

$$t = ۱۲s \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_B \times ۱۲^۲ + v_{۰B} \times ۱۲ = v_A \times ۱۲ + x_{۰A} \quad (۲)$$

$$(۲) - (۱) \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_B(۱۴۴ - ۱۶) + ۸v_{۰B} = ۸v_A \Rightarrow ۶۴a_B + ۸v_{۰B} = ۸v_A$$

از طرفی: $\begin{cases} ۸a_B + v_{۰B} = v_A = \text{ثابت} \\ v_B = a_B t + v_{۰B} \end{cases} \Rightarrow ۸a_B + \cancel{v_{۰B}} = a_B t' + \cancel{v_{۰B}} \Rightarrow t' = ۸s$

روش دوم:



چون نمودار B قسمتی از یک سهمی است، پس حرکت B شتابدار است با شتاب ثابت است.

از طرف دیگر می‌دانیم که شیب خط A که دو نقطهٔ از نمودار B را قطع کرده برابر سرعت متوسط متحرک بین دو لحظهٔ $t_1 = 4s$ و $t_2 = 12s$ است.

پس تا اینجا دریافتیم که:

$$V_A = V_{av_B}$$

و اما همه میدانیم که در حرکت با شتاب ثابت، V_{av} بین د لحظهٔ t_1 و t_2 برابر است با V در لحظهٔ $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$.

حال با ای مقدمه می‌دانیم که

یعنی در لحظهٔ $t = 8s$ سرعت متحرک B با سرعت متحرک A هم اندازه است.

۳۴ **گزینه ۲** روش اول: از لحظهٔ $t = 6$ تا لحظهٔ $t = 0$ بر می‌گردیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0 t \xrightarrow[\Delta x = 18m]{v_0 = 0, t = 6s} 18 = \frac{1}{2}a(6)^2 \to a = 1\frac{m}{s^2}$$

روش دوم:

نمودار مکان - زمان یک سهمی است بنابراین حرکت بر روی محور x، با شتاب ثابت است؛ در بازهٔ زمانی صفر تا $t = 6s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2}\Delta t \to 0 - 18 = (\frac{0 + v_0}{2})(6) = 3v_0 \to v_0 = -6m/s$$
$$v = at + v_0 \to 0 = a \times 6 + (-6) \to a = 1m/s^2$$

روش سوم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \\ v = at + v_0 \end{cases} \xrightarrow[\text{صفر تا } 6s]{\text{در بازهٔ زمانی}} \begin{cases} 0 = \frac{1}{2}a \times 6^2 + v_0 \times 6 + 18 \to a = 1m/s^2 \\ 0 = a \times 6 + v_0 \to v_0 = -6a \end{cases}$$

۳۵ **گزینه ۳** حرکت نسبت به لحظه تغییر جهت تقارن دارد (لحظهٔ $t = 4s$). بنابراین در لحظهٔ $t = 8s$ بزرگی سرعت برابر سرعت اولیه می‌شود.

۳۶ **گزینه ۴** روش اول: ابتدا شتاب حرکت را با بررسی جابجایی بین $t = 0$ و $t = 2$ به دست می آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times a \times 2^2 \Rightarrow a = 4\frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t + 0 \xrightarrow{t=2} v = 8\frac{m}{s}$$

روش دوم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \Rightarrow 8 = \frac{0 + v_2}{2} \times 2 \Rightarrow v_2 = 8\frac{m}{s}$$

۳۷ **گزینه ۲**

می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار و محور زمان برابر جا به جایی متحرک است. در اینجا باتوجه به تقارن نمودار داریم:

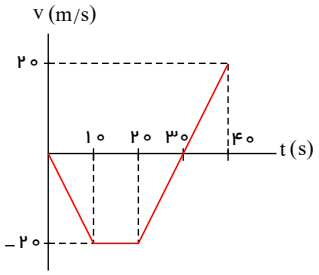
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-10 - 10}{3 - 1} = \frac{-20}{2} = -10\frac{m}{s^2}$$
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\text{سطح زیر نمودار}}{\Delta t} = \frac{0}{\Delta t} = 0$$

سطح زیر نمودار در بازه‌ی ۱ تا ۳ ثانیه از دو قسمت با مساحت های مساوی تشکیل شده که یکی از آنها بالای محور افقی و مثبت است و دیگری در پایین محور افقی و منفی می باشد و بنابراین جمع جبری مساحت های آنها برابر صفر می‌شود.

۳۸ **گزینه ۳**

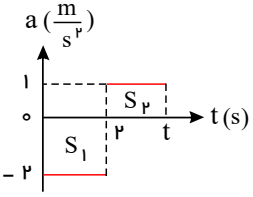
$$\begin{cases} \Delta v(\text{ ثانیهٔ اول } 10) = -2 \times 10 = -20\frac{m}{s} \\ \Delta v(\text{ ثانیهٔ دوم } 10) = 0 \\ \Delta v(\text{ ثانیهٔ آخر } 20) = 2 \times (40 - 20) = +40\frac{m}{s} \end{cases}$$

در بازهٔ زمانی $۲۰s$ تا ۳۵ ثانیه حرکت ابتدا کند شونده و سپس تند شونده است و متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.



۳۹ **گزینه ۳** روش اول: چون متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و در لحظهٔ تغییر جهت هم $v=۰$می‌شود، پس باید در اینجا Δv یعنی سطح زیر نمودار صفر شود.

یعنی:



$$S_۱=\Delta v_۱=-۲\times ۲=-۴\frac{m}{s}$$

$$v_۲-v_۰=-۴\frac{m}{s}\Rightarrow v_۲=-۴\frac{m}{s}$$

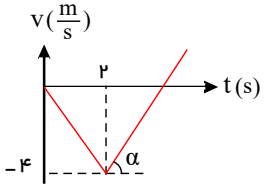
$$\Delta v_۲=v_t-v_۲=S_۲\Rightarrow ۰-(-۴)=۱\times(t-۲)\Rightarrow t=۶s$$

در لحظه‌ای که سرعت متحرک برابر صفر می شود جهت آن تغییر می کند.

روش دوم: رسم نمودار $v-t$ از روی نمودار $a-t$: $a=+۲=\tan\alpha=$شیب نمودار درقسمت دوم

شیب نمودار در مرحله‌ی دوم همان شتاب متحرک است، بنابراین نمودار پس از۴ ثانیه مجدداً از سرعت

۴− به صفر می‌رسد ⇐ لحظه‌ی تغییر جهت $t=۶$ می باشد.



۴۰ **گزینه ۲** این سوال را به سه روش حل می‌کنیم می‌دانیم که در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط معادل میانگین سرعتهاست.

روش اول:

$$v=at+v_۰=۴t+۶$$

$$\begin{cases}t=۰s\rightarrow v_۰=۶\frac{m}{s}\\ t=۲s\rightarrow v_۲=۱۴\frac{m}{s}\end{cases}\Rightarrow v_{av}=\frac{v_۰+v_۲}{۲}=۱۰\frac{m}{s}$$

روش دوم: در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ معادل سرعت در لحظهٔ $t=\frac{t_۱+t_۲}{۲}$ است.

در اینجا سرعت متوسط در دو ثانیهٔ اول معادل با سرعت در لحظهٔ $t=۱s$ است.$(t=\frac{۰+۲}{۲}=۱s)$ بنابراین داریم:

$$v_{av}=v=at+v_۰\xrightarrow[v_۰=۶]{t=۱s,a=۴\frac{m}{s^۲}}v_{av}=۴\times ۱+۶=۱۰\frac{m}{s^۲}$$

روش سوم: در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط t' ثانیه اول، از رابطهٔ زیر نیز محسابه می‌شود.

$$v_{av}=\frac{۱}{۲}at'+v_۰\xrightarrow[a=۴\frac{m}{s^۲},v_۰=۶\frac{m}{s}]{t'=۲\text{ ثانیهٔ اول حرکت}}v_{av}=\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۲+۶\rightarrow v_{av}=۱۰\frac{m}{s}$$

۴۱ **گزینه ۱** دو ثانیه سوم یعنی از ۴ تا ۶ ثانیه، پس در این دو لحظهٔ سرعت متحرک را یافته سپس با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب، جابجایی‌اش را محاسبه می‌کنیم.

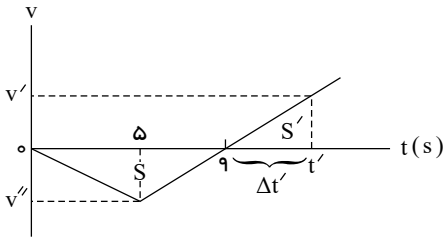
$$t_۱=۴s\Rightarrow v_۱=-۲\times ۴+۴=-۴\frac{m}{s}$$

$$t_۲=۶s\Rightarrow v_۲=-۲\times ۶+۴=-۸\frac{m}{s}$$

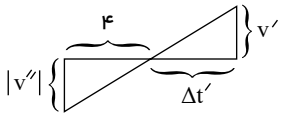
$$\Delta x=v_{av}\Delta t\Rightarrow \Delta x=(\frac{-۴+(-۸)}{۲})\times ۲=-۱۲m\Rightarrow |\Delta x|=۱۲m$$

۴۲ **گزینه ۱** برای اینکه متحرک مجدداً از مکان $x=x_۰=۰$ عبور کند بایستی جابه‌جایی متحرک از $t_۱=۰$ تا لحظه‌ای مانند t' صفر شده باشد.

می‌دانیم تفاضل مساحت بالای محور t در نمودار $(v-t)$ و زیر محور t در این نمودار جابه‌جایی را می‌دهد. پس:



$$\Delta x = S' - S = ۰ \Rightarrow S' = S \Rightarrow \frac{۱}{۲}v' \times \Delta t' = \frac{۱}{۲} \times |v''| \times ۹ \quad (۱)$$



$$\xrightarrow{\text{از تشابه دو مثلث}} \frac{v'}{|v''|} = \frac{\Delta t'}{۴} \Rightarrow v' = \frac{۱}{۴}|v''| \times \Delta t' \quad (۲)$$

$$(۱)\text{و}(۲) \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times (\frac{۱}{۴}\cancel{|v''|} \times \Delta t')(\Delta t') = \frac{۱}{۲}\cancel{|v''|} \times ۹ \Rightarrow \frac{\Delta t'^{۲}}{۴} = ۹ \Rightarrow \Delta t'^{۲} = ۳۶ \Rightarrow \Delta t' = ۶s \Rightarrow t' = ۹ + \Delta t' = ۹ + ۶ = ۱۵s$$

۴۳ **گزینه ۲** در این سؤال، ۳ نقطه مهم در مسئله داریم، بین B و C (معلوم: x, t, v_C) و بین B و A (معلوم: v_A ، مجهول: x)، پس برای حل معادله بین A و B به a و v_B نیاز داریم که می توان از قسمت اول (BC) بدست آورد.

BC مستقل از شتاب: $\Delta x = \frac{v_B + v_C}{۲} \times \Delta t \Rightarrow ۱۲۰ = \frac{v_B + ۲۰}{۲} \times ۱۰ \Rightarrow v_B = ۴\frac{m}{s}$

BC مستقل از مکان: $v_C = at + v_B \Rightarrow ۲۰ = a \times ۱۰ + ۴ \Rightarrow a = ۱/۶\frac{m}{s^۲}$

حال بین نقاط A و B می توان از معادله مستقل از زمان استفاده کرد:

AB مستقل از زمان: $v_B^۲ - v_A^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۱۶ - ۰ = ۲ \times ۱/۶ \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = ۵m$

۴۴ **گزینه ۱**

سطح زیر نمودار، سرعت - زمان برابر جابجایی می‌باشد. بنابراین داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{-۸ \times ۳}{۲} + (۵ + ۲) \times \frac{۸}{۲}}{۸} = \frac{-۱۲ + ۲۸}{۸} = \frac{۱۶}{۸} = ۲\frac{m}{s}$$

۴۵ **گزینه ۳**

می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر جابجایی متحرک است. بنابراین داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{-۱۰ \times ۵}{۲} + \frac{۱۵ \times ۳۰}{۲}}{۲۰} = \frac{-۲۵ + ۲۲۵}{۲۰} = \frac{۲۰۰}{۲۰} \Rightarrow v_{av} = ۱۰\frac{m}{s}$$

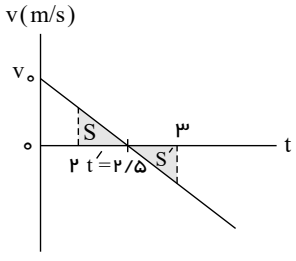
۴۶ **گزینه ۴**

$$\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow ۸۰ = \frac{۱۵ + v_۰}{۲} \times ۸ \Rightarrow v_۰ = ۵\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۱۵ = a \times ۸ + ۵ \Rightarrow a = \frac{۵}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

۴۷ **گزینه ۳**

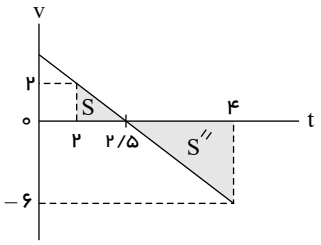
گام اول: شتاب ثابت است بنابراین نمودار $(v-t)$ خطی مایل (درجهٔ اول) است. می‌دانیم در یک بازهٔ زمانی، زمانی جابه‌جایی صفر است که متحرک در ابتدا و انتهای آن بازهٔ زمانی از یک مکان عبور کند. بنابراین حرکت می‌بایستی به صورت رفت و برگشت بوده باشد. چون $a < ۰$ است (خلاف جهت مثبت محور xهاست) بنابراین باید $v_۰ > ۰$ بوده باشد، یعنی نمودار چنین وضعیتی دارد:



ثانیهٔ سوم در این‌جا یعنی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۳s$. برای صفر شدن جابه‌جایی در این بازهٔ زمانی:

$$\Delta x = x_{(t=۳s)} - x_{(t=۲s)} = ۰ \Rightarrow S - S' = ۰ \Rightarrow S = S' \Rightarrow t' = \frac{۲ + ۳}{۲} = ۲/۵s \Rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۴ \times ۲/۵ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۱۰\frac{m}{s}$$

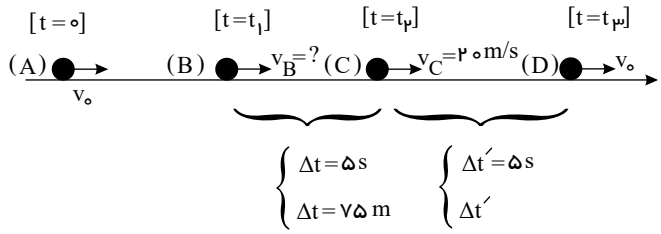
گام دوم: برای یافتن مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = ۲s$ تا $t_۲ = ۴s$ کافی است مساحت بالای نمودار را با مساحت زیر نمودار جمع کنیم:



$$v = -۴t + ۱۰ \xrightarrow{t=۴} v = -۴ \times ۴ + ۱۰ = -۶\frac{m}{s} \quad و \quad v_{(t=۲)} = ۲\frac{m}{s} \Rightarrow L = S + S'' = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۰٫۵ + \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۱٫۵ \Rightarrow L = ۰٫۵ + ۴٫۵ = ۵m$$

۴۸ گزینه ۲

گام اول: حرکت شتابدار با شتاب ثابت بر خط راست است. مدت $۵s$ یک بازهٔ زمانی که ابتدا و انتهای این بازهٔ زمانی در متن سؤال مشخص نشده است. فرض کنیم این بازهٔ زمانی بین لحظه‌های t_1 و $t_۲$ باشد:



گام دوم: ابتدا تندی متحرک در مکان (B) و سپس شتاب حرکت (a) را می‌یابیم:

$$(B \to C) : \Delta x = (\frac{v_B + v_C}{۲})(\Delta t) \to ۷۵ = (\frac{v_B + ۲۰}{۲})(۵) \Rightarrow v_B + ۲۰ = ۳۰ \Rightarrow v_B = ۱۰\frac{m}{s} \to a = \frac{\Delta v_{BC}}{\Delta t_{BC}} = \frac{۲۰ - ۱۰}{۵} = ۲\frac{m}{s^۲} \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

گام سوم:

$$(C \to D) : \begin{cases} (v_{av})_{CD} = (\frac{v_D + v_C}{۲}) = (\frac{۳۰ + ۲۰}{۲}) = ۲۵\frac{m}{s} \\ v_D = v_C + a\Delta t' = ۲۰ + ۲ \times ۵ = ۳۰\frac{m}{s} \end{cases}$$

۴۹ گزینه ۱ سرعت اولیه منفی است و حرکت در ابتدا کندشونده در جهت منفی و سپس تندشونده در جهت مثبت است.

۵۰ گزینه ۲ به طور کلی در حرکت با شتاب ثابت، اگر ضرایب $t^۲$ و t هم علامت باشند، حرکت همواره تندشونده و در جهت علامت ضریب t است.

ولی اگر ضرایب $t^۲$ و t هم علامت نباشند، حرکت در ابتدا کند شونده(قبل از لحظهٔ توقف $(t_s = |\frac{v_۰}{a}|$) در جهت علامت ضریب t و بعداز آن تندشونده(در خلاف علامت ضریب t) است.

$$x = -۵t^۲ + ۵t + ۱۲ \Rightarrow a = -۱۰\frac{m}{s^۲}, \; v_۰ = ۵\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_۰ = -۱۰t + ۵ = ۰ \Rightarrow t = ۰٫۵s$$

در ابتدای حرکت سرعت مثبت(هم علامت با ضریب t) و حرکت در جهت محور است و شتاب منفی و حرکت کندشونده است و در لحظهٔ $t = ۰٫۵s$ سرعت صفر می‌شود و جهت حرکت تغییر می‌کند.

۵۱ گزینه ۱ متحرکی که با شتاب کم‌تر شروع به حرکت می‌کند، دیرتر به نقطه‌ی B می‌رسد و بنابراین ۳ ثانیه بیش‌تر در راه است، بنابراین داریم:

$$\frac{۱}{۲}a(t+۳)^۲ = \frac{۱}{۲}a'(t)^۲ \xrightarrow[a'=۸\frac{m}{s^۲}]{a=۲\frac{m}{s^۲}} \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (t+۳)^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۸ \times t^۲ \Rightarrow t + ۳ = ۲t \Rightarrow t = ۳\,s$$

بنابراین متحرکی که با شتاب کم‌تر شروع به حرکت کرده، $۶\,s$ در راه بوده است و داریم:

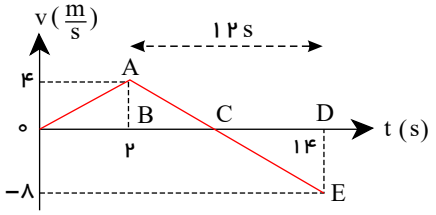
$$AB = \frac{۱}{۲}a(t+۳)^۲ \Rightarrow AB = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۳+۳)^۲ = ۳۶\,m$$

۵۲ گزینه ۲

$$v = at + \cancel{v_۰} \Rightarrow \begin{cases} v_۱ = a_۱t \Rightarrow ۱۰ = at \quad (۱) \\ v_۲ = a_۲t \Rightarrow ۲۲ = (a + ۱٫۵)t \end{cases} \Rightarrow ۱۲ = ۱٫۵t \Rightarrow t = ۸s$$

۵۳ گزینه ۴ با استفاده از شیب نمودار بین دو نقطهٔ $t = ۲s$ و $t = ۱۴s$ با استفاده از تشابه مثلثها، لحظهٔ تلاقی نمودار با محور زمان که همن لحظهٔ تغییر جهت است را می‌یابیم.

$$\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{CD}\Rightarrow\frac{۴}{۱۲-CD}=\frac{۸}{CD}$$
$$\Rightarrow CD=۲۴-۲CD\Rightarrow CD=۸s$$



در نتیجه متحرک ۸ ثانیه دارای سرعت منفی بوده و در سوی خلاف محور xها حرکت کرده است.

۵۴ گزینه ۲

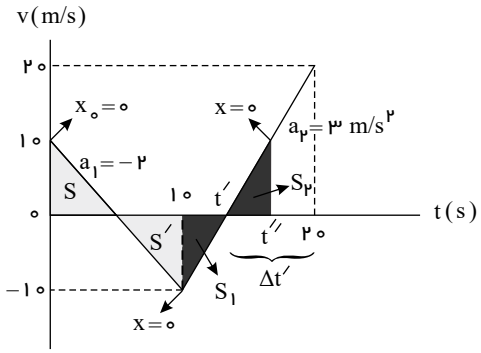
.سرعت اولیه و شتاب مثبت هستند و حرکت پیوسته تندشونده است و تغییر جهت وجود ندارد و مسافت طی شده با اندازهٔ جابه جایی برابر است

$$v=at=۴\Rightarrow\begin{cases}t=۳s\Rightarrow v_۳=۱۰\dfrac{m}{s}\\ t=۴s\Rightarrow v_۴=۱۲\dfrac{m}{s}\end{cases}$$
$$\Delta x=\frac{v_۳+v_۴}{۲}\Delta t=\frac{۱۰+۱۲}{۲}\times ۱=۱۱m$$

۵۵ گزینه ۴ ابتدا به کمک مفهوم شتاب، سرعت را در ثانیه‌های $t=۱۰$ و $t=۲۰$ می‌یابیم:

$$t=۱۰s\Rightarrow v=at+v_۰=(-۲)(۱۰)+۱۰=-۱۰\frac{m}{s}$$
$$t=۲۰s\Rightarrow v_{(t=۲۰s)}=at+v_{t=۱۰s}=۳\times ۱۰+(-۱۰)=۲۰\frac{m}{s}$$

نمودار $(v-t)$ را رسم می‌کنیم:



$$S=S'\Rightarrow x_{(t=۱۰)}-x_{(t=۰)}=S-S'=۰\Rightarrow x_{(t=۱۰)}=x_۰=۰$$

$S_۲$ مساحت مثلثی در بالای محور t است که $S_۲=S_۱$ چون:

$$x_{(t=t'')}-x_{(t=۱۰)}=S_۲-S_۱\Rightarrow ۰=S_۲-S_۱\Rightarrow S_۲=S_۱$$

چون دو مثلث مشابه و هم مساحت هستند پس باید برابر باشند. طبق مفهوم شتاب از $t=t'$ تا $t=۲۰s$، $a=۳\frac{m}{s^۲}$ یعنی در هر ثانیه سرعت $۳\frac{m}{s}$ افزایش یافته تا از $v_{t'}=۰$ به $v_{t'-۲۰s}=۲۰\frac{m}{s}$ برسد.

$$\underset{\text{زمان سپری شده}}{۱s}\rightarrow\underset{\text{تغییرات سرعت}}{۳\frac{m}{s}}\Rightarrow\Delta t'=\frac{۲۰}{۳}s\Rightarrow t''=t'+\frac{۲۰}{۳}=۱۰+\frac{۲۰}{۳}=\frac{۵۰}{۳}s$$

$\Delta t'\rightarrow ۲۰\frac{m}{s}$ ($t'=۱۰$ چرا؟ از تساوی در مثلث کمک بگیرید.)

۵۶ گزینه ۲

$$\overline{v}_A=\frac{\Delta x}{\Delta t_A},\ \overline{v}_B=\frac{\Delta x}{\Delta t_B}\Rightarrow\frac{\overline{v}_A}{\overline{v}_B}=\frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}$$
$$\Delta x_A=\Delta x_B\Rightarrow\frac{۱}{۲}a_At_A^۲=\frac{۱}{۲}a_Bt_B^۲\Rightarrow(\frac{t_B}{t_A})^۲=\frac{a_A}{a_B}=۴$$
$$\Rightarrow\frac{t_B}{t_A}=۲\Rightarrow\frac{\overline{v}_A}{\overline{v}_B}=۲$$

۵۷ گزینه ۲

باتوجه به اینکه نمودار v-t یک خط با شیب ثابت است، حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. پس شیب خط برابر شتاب حرکت متحرک است. بنابراین با پیدا کردن شتاب، معادلهٔ سرعت را نوشته و داریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{-۹-۱۲}{۲۱-۰}=-۱\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_{\circ} \xrightarrow[v_{\circ}=۱۲]{a=-۱} v = -t + ۱۲$$

$$\begin{cases} t_۱ = ۶ \to v_۱ = -(۶) + ۱۲ = ۶\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۱۲ \to v_۲ = -۱۲ + ۱۲ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t = \frac{۶ + ۰}{۲} \times (۱۲ - ۶) = ۱۸m$$

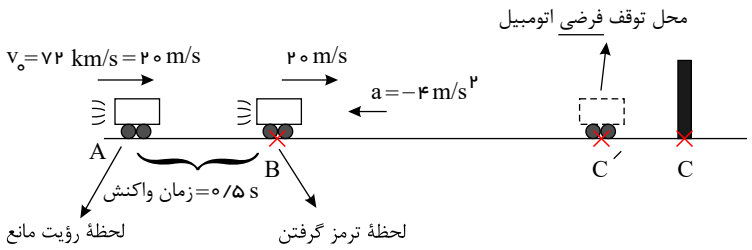
۵۸ **گزینه ۲** گام اول: متحرک با شتاب a، سریع‌تر از متحرک با شتاب $\frac{۹}{۱۶}a$ حرکت می‌کند. بنابراین اگر متحرک با شتاب a (را که با A نشان خواهیم داد) مسیر مستقیم معین شده را در مدت زمان Δt_A طی کند متحرک دوم (که با B نشان می‌دهیم) در مدت زمان $\Delta t_B = \Delta t_A + ۲s$ همان مسیر را طی خواهد نمود:

$$\begin{cases} \Delta x_A = \frac{۱}{۲}a\Delta t_A^۲ + v_{\circ A}\Delta t_A \\ \Delta x_B = \frac{۱}{۲}(\frac{۹}{۱۶}a)(\Delta t_A + ۲)^۲ + v_{\circ B}\Delta t_B \end{cases} \xrightarrow[v_{\circ A}=v_{\circ B}=۰]{\Delta x_A = \Delta x_B} a\Delta t_A^۲ = \frac{۹}{۱۶}a(\Delta t_A + ۲)^۲ \Rightarrow \Delta t_A = \frac{۳}{۴}(\Delta t_A + ۲) = \frac{۳}{۴}\Delta t_A + ۱/۵ \Rightarrow ۰/۲۵\Delta t_A = ۱/۵$$

$$\Rightarrow \Delta t_A = ۶s$$

۵۹ **گزینه ۳** فرض کنیم جسم در نقطهٔ C' متوقف می‌شود. طبق مفهوم شتاب ($a = -۴\frac{m}{s^۲}$ یعنی از $v_{\circ} = +۲۰\frac{m}{s}$ در هر ثانیه ۴$\frac{m}{s}$ کاسته می‌شود) پس از $۵s$ متحرک متوقف می‌شود. جابه‌جایی جسم در این مدت:

$$\Delta x_{BC'} = (\frac{v + v_{\circ}}{۲})\Delta t = (\frac{۰ + ۲۰}{۲})(۵) = ۵۰m$$



گام دوم: در مدت زمان واکنش راننده، اتومبیل در مدت $۰/۵m$ با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ به مقدار $\Delta x_{AB} = v\Delta t \Rightarrow \Delta x_{AB} = ۱۰m$.

گام سوم:

$$\Delta x_{AB} + \Delta x_{BC'} = ۱۰ + ۵۰ = ۶۰m > \Delta x_{AC} = ۵۲m$$

پس به مانع برخورد می‌کند. امّا با چه تندی؟

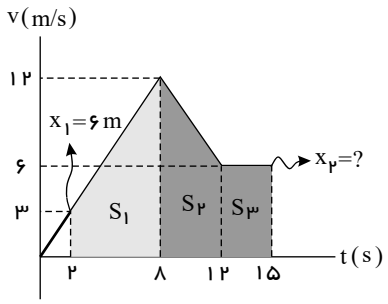
$$v_C^۲ - v_B^۲ = ۲a\Delta x_{BC} \Rightarrow v_C^۲ - ۲۰^۲ = ۲(-۴)(\underbrace{۴۲}_{(۵۲-۱۰=۴۲)}) \Rightarrow v_C^۲ = ۴۰۰ - ۳۳۶ \Rightarrow v_C = ۸\frac{m}{s}$$

۶۰ **گزینه ۱** گام اول: ابتدا سرعت متحرک را در $t = ۲s$ می‌یابیم. چندین روش وجود دارد. مثلاً این‌که از $t = ۰$ تا $t = ۸s$ شتاب ثابت است (چون شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ برابر شتاب بوده و شیب تغییر ننموده است.)

$$a = (a_{av})_{۰-۸s} = (a_{av})_{۰-۲s} \Rightarrow \frac{۱۲ - ۰}{۸ - ۰} = \frac{v - ۰}{۲ - ۰} \Rightarrow v = ۳\frac{m}{s}$$

(برای یافتن V در t=۲s راه‌های زیادی وجود دارد: معادلهٔ خط، تالس، مفهوم شتاب، معادلهٔ سرعت و ...)

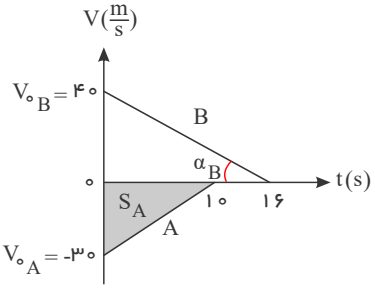
گام دوم: از $t = ۲s$ تا $t = ۱۵s$ مساحت سطح زیر نمودار را یافته و کار تمام!



$$\Delta x = \Delta x_۲ - (-۶) = S_۱ + S_۲ + S_۳ \Rightarrow x_۲ + ۶ = \underbrace{\frac{۱}{۲} \times ۶ \times (۳ + ۱۲)}_{۴۵} + \underbrace{\frac{۱}{۲}(۴)(۶ + ۱۲)}_{۳۶} + \underbrace{۳ \times ۶}_{۱۸} \Rightarrow x_۲ + ۶ = ۹۹ \to x_۲ = ۹۳m \Rightarrow x_۲ = ۹۳\vec{i}$$

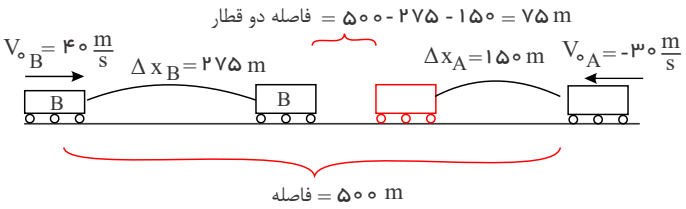
۶۱ **گزینه ۲** در لحظهٔ $t = ۱۰s$ قطار A می‌ایستد در نتیجه ابتدا باید جابه‌جایی قطار B را تا این لحظه پیدا کنیم.

$$\begin{cases} B \text{ شیب خط} = a_B = -\frac{۴۰}{۱۶} = -۲٫۵\frac{m}{s^۲} \\ \Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + V_{۰B}t \\ \Rightarrow \Delta x_B = \frac{۱}{۲}(-۲٫۵)۱۰^۲ + ۴ \times ۱۰ \Rightarrow \Delta x_B = ۲۷۵m \end{cases}$$



جابه‌جایی متحرک A را با استفاده از سطح زیر نمودار A به دست می‌آوریم.

$$\Delta x_A = S_A = \frac{۳ \times ۱۰}{۲} = ۱۵۰m$$



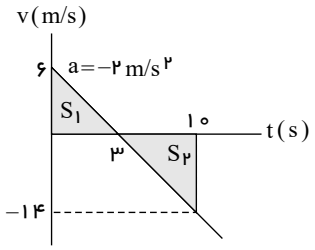
۶۲ **گزینه ۳** توجه: هنگامی که مسافت طی شده خواسته می‌شود باید توجه کنیم ممکن است حرکت رفت و برگشت باشد (در نمودار $(x-t)$ نقاط max و min و در نمودار $(v-t)$ محور تقاطع نمودار با محور افقی t و تغییر علامت v). برای یافتن مسافت طی شده و نیز تندی متوسط S_{av} (که به مسافت طی شده توسط متحرک وابسته است.) رسم نمودار $(v-t)$ و استفاده از مساحت سطح زیر نمودار آن یکی از راه کارهای مناسب است.

گام اول: سرعت اولیه را می‌یابیم. شتاب ثابت است و در $t = ۳s$، سرعت متحرک صفر است. (شیب خط مماس برابر سرعت در هر لحظه است.)

$$(t_۲ = ۳s \text{ تا } t_۱ = ۰ \text{ در بازهٔ زمانی}) \Rightarrow \Delta x = (\frac{v + v_۰}{۲})\Delta t \Rightarrow ۳۶ - ۲۷ = (\frac{۰ + v_۰}{۲})(۳ - ۰) \Rightarrow ۹ = \frac{۳}{۲}v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۶\frac{m}{s} \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۶}{۳ - ۰} = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$\Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

گام دوم: نمودار $(v-t)$ را رسم می‌کنیم:



در هر ثانیه $۲\frac{m}{s}$ از تندی کاسته می‌شود، پس:

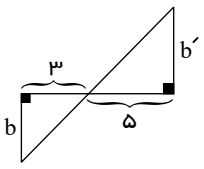
$$t = ۳s \rightarrow v = ۰$$

$$t = ۱۰s \rightarrow v = ۶ - ۲ \times ۱۰ = -۱۴\frac{m}{s}$$

$$t = ۱۰s \text{ تا } t = ۰ \text{ مسافت طی شده از} : L = S_۱ + S_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۳ + \frac{۱}{۲} \times ۱۴ \times ۷ = ۹ + ۴۹ = ۵۸m$$

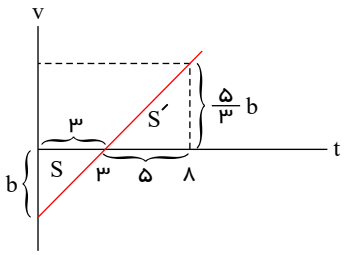
روش دوم: با استفاده از دنبالهٔ‌ای که جابجایی‌ها در حرکت با شتاب ثابت در هر ثانیهٔ تشکیل می‌دهد نیز به پاسخ رسید.

۶۳ **گزینه ۳** ساده‌ترین راه، رسم نمودار $(v-t)$ و استفاده از مساحت زیر نمودار آن‌هاست:



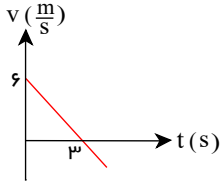
$$\Rightarrow \frac{b'}{b} = \frac{۵}{۳} \Rightarrow b' = \frac{۵}{۳}b$$

$$|S| = \frac{۱}{۲}(۳)(b) = \frac{۳b}{۲}$$
$$S' = \frac{۱}{۲}(\frac{۵}{۳}b)(۵) = \frac{۲۵}{۶}b$$
$$\Delta x = S' - |S| = \frac{۸}{۳}b$$
$$L = S' + |S| = \frac{۳۴}{۶}b$$
$$\frac{\Delta x}{L} = \frac{\frac{۸}{۳}b}{\frac{۳۴}{۶}b} = \frac{۸}{۱۷}$$



۶۴ گزینه ۱ بدیهی است که تا قبل از لحظهٔ توقف یعنی $t_s = |\frac{v_۰}{a}|$، حرکت کندشونده است.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ = -t^۲ + ۶t + ۲۰ \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲},\ v_۰ = ۶\frac{m}{s}$$
$$v = at + v_۰ = -۲t + ۶$$



با توجه به نمودار سرعت-زمان حرکت متحرک قبل از $t = ۳s$ کندشونده است.

۶۵ گزینه ۱ ابتدا سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۶ - ۱۶}{۸ - ۰} = ۰$$

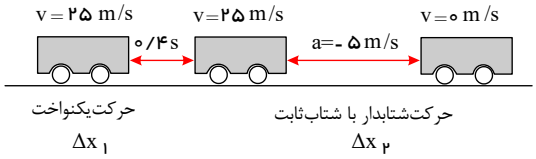
نمودار مکان - زمان متحرک سهمی است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت حرکت شتاب ثابت است $(a = \bar{a})$، اکنون باتوجه به اطلاعات روی نمودار بین لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۴$ و به کمک رابطهٔ مستقل از سرعت اولیه داریم:

$$\Delta x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + Vt \Rightarrow ۸ = -\frac{۱}{۲}a \times ۴^۲ + ۰ \times ۴ \Rightarrow a = -۱\frac{m}{s^۲}$$

توجه: شیب نمودار $x - t$ در لحظهٔ $t = ۴$ برابر صفر است، یعنی در این لحظه $V = ۰$ است.

۶۶ گزینه ۱ در مدت ۰٫۴s اتومبیل با سرعت ثابت (حرکت یکنواخت) و پس از آن با شتاب ثابت کندشونده حرکت می‌کند.

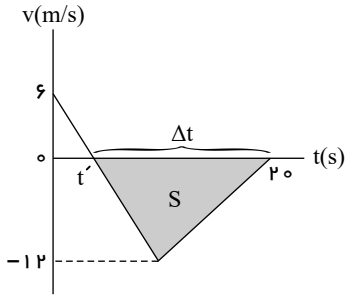
$$v_۰ = ۹۰ \div ۳٫۶ = ۲۵m/s$$
$$\Delta x_۱ = v_۰\Delta t_۱ = ۲۵ \times ۰٫۴ = ۱۰m$$
$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۲۵^۲ = ۲(-۵)\Delta x_۲$$
$$\Rightarrow \Delta x_۲ = ۶۲٫۵m$$



بنابراین از لحظه‌ای که راننده مانع را در ۸۰ متری خود می‌بیند تا توقف کامل ۷۲٫۵m جابه‌جا می‌شود. در نتیجه اتومبیل در ۷٫۵ متری مانع می‌ایستد.

۶۷ گزینه ۲

هنگامی که متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند، $v > ۰$ است و وقتی در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، $v < ۰$ است. پس در بازهٔ زمانی صفر تا t' چون $v > ۰$ است متحرک در جهت محور x و در بازهٔ زمانی t' تا $t = ۲۰s$ چون $v < ۰$ است متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.



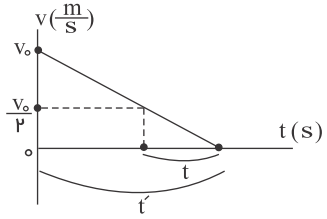
در بازهٔ زمانی t' تا $t = ۲۰s$:

$$L = (S) = \frac{۱}{۲}(۱۲)(\Delta t)$$
$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۶\Delta t}{\Delta t} = ۶\frac{m}{s}$$

توجه: نکته مهم این بود که نیازی به یافتن t' نبود. این سؤال در سال‌های اخیر مورد توجه طراحان بوده است.

۶۸ گزینه ۲

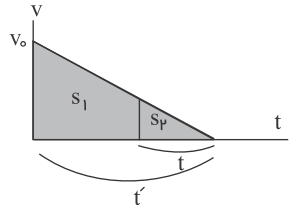
اگر نمودار سرعت - زمان متحرک را از لحظهٔ ترمز (شروع حرکت کندشونده) تا توقف رسم کنیم، داریم:



با توجه به تشابه مثلث‌ها:

$$\frac{t'}{t}=\frac{v_{\circ}}{\frac{v_{\circ}}{۲}}=۲$$

از طرفی می‌دانیم که نسبت مساحت دو مثلث متشابه، معادل مجذور نسبت تشابه به آن‌هاست یعنی:



$$\frac{(S_{۲}+S_{۱})}{S_{۱}}=\text{مساحت مثلث بزرگ}=(\frac{t'}{t})^{۲}=۲^{۲}=۴$$

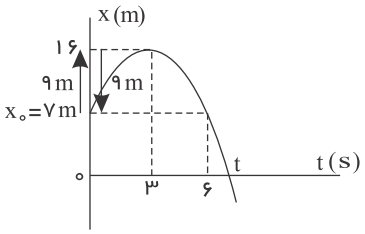
از طرفی می‌دانیم که:

$$S_{۲}=\Delta x=۱۵۰m\xrightarrow[S_{۱}\Delta x_{۱}]{S_{۲}=۳S_{۱}}۱۵۰=۳\Delta x'=۵۰m$$

$$\Delta x_{\text{کل}}=۱۵۰+۵۰\rightarrow\Delta x_{\text{کل}}=۲۰۰m$$

۶۹ گزینه ۳

چون حرکت با شتاب ثابت است، نمودار $x-t$ به صورت قسمتی از یک سهمی است و با توجه به وجود تقارن نسبت به راس سهمی داریم:



$$S_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\rightarrow۳=\frac{\ell}{۶}\rightarrow\ell=۱۸m$$

یعنی در ۳ ثانیه اول ۹ متر در جهت محور رفته و در ۳ ثانیه بعد ۹ متر را برگشته است.

حال در ۳ ثانیه اول، از راس سهمی که $v=۰$ است، برمی‌گردیم: (در این ۳ ثانیه ۹ متر برمی‌گردیم.)

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\circ}t\rightarrow-۹=\frac{۱}{۲}\times a\times(۳)^{۲}\rightarrow a=-۲\frac{m}{s^{۲}}$$

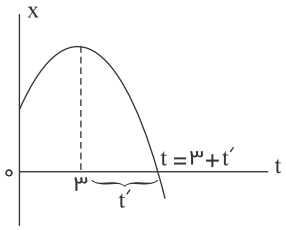
و برای تعیین زمان حرکت از $x=۱۶$ تا $x=۰$ (از لحظهٔ مربوط به راس سهمی تا لحظهٔ $x=۰$) داریم: (در راس سهمی $v=۰$ است)

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}a't'^{۲}\rightarrow-۱۶=\frac{۱}{۲}(-۲)t'^{۲}\rightarrow t'=۴s$$

پس در نهایت:

$$t=۳+t'=۳+۴\rightarrow t=۷s$$

یعنی در مدت ۷ ثانیهٔ اول $x > ۰$ یعنی بردار مکان در جهت محور x است.



۷۰ **گزینه ۴** اگر سرعت اولیه را $v_۰$ و سرعت در نیمه مسیر را $v_۱$ و سرعت در انتهای مسیر را $v_۲$ فرض کنیم، می‌توان نوشت:

$$\left\{\begin{array}{l} v_۱^۲ - v_۰^۲ = ۲a(\frac{x}{۲}) \Rightarrow v_۱^۲ - ۰ = ax \\ v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a(\frac{x}{۲}) \Rightarrow ۱۲^۲ - v_۱^۲ = ax \end{array}\right\} \Rightarrow v_۱^۲ = ۱۲^۲ - v_۱^۲$$

$$\Rightarrow ۲v_۱^۲ = ۱۲^۲ \Rightarrow \sqrt{۲}v_۱ = ۱۲ \Rightarrow v_۱ = \frac{۱۲}{\sqrt{۲}} = ۶\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

۷۱ **گزینه ۴**

با نوشتن معادلهٔ جابجایی برای ثانیهٔ اول و دو ثانیهٔ اول، می‌توان نسبت آنها را پیدا کرد.

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲$$

$$\left\{\begin{array}{l} t = ۱s \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a \times ۱^۲ = \frac{۱}{۲}a \text{ (ثانیهٔ اول)} \\ t = ۲s \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a \times ۲^۲ = ۲a \text{ (دو ثانیهٔ اول)} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جابه‌جایی دو ثانیهٔ اول}}{\text{جابه‌جایی ثانیهٔ دوم}} = \frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۲ - \Delta x_۱} = \frac{۲a}{۱٫۵a} = \frac{۴}{۳}$$

۷۲ **گزینه ۱** روش اول:

باتوجه به نمودار $v_۰ < ۰$ و $a > ۰$ است، پس تا اینجا گزینه های ۱ و ۳ صحیح هستند. از طرفی در لحظهٔ $t = ۱۵s (t = ۲t_s = ۲ \times ۷٫۵)$ باید $v = v_۰$ یعنی $\Delta v = ۰$ باشد که فقط گزینهٔ ۱ چنین است.

روش دوم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

$$\left\{\begin{array}{l} t = ۶s\,,\, x = ۰ \Rightarrow ۰ = ۱۸a + ۶v_۰ + ۵۴ \Rightarrow ۳a + v_۰ = -۹ \\ t = ۹s\,,\, x = ۰ \Rightarrow ۰ = \frac{۸۱}{۲}a + ۹v_۰ + ۵۴ \Rightarrow ۴٫۵a + v_۰ = -۶ \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow ۱٫۵a = ۳ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲} \Rightarrow v_۰ = -۱۵\frac{m}{s} \Rightarrow v = ۲t - ۱۵$$

۷۳ **گزینه ۳** سطح زیر نمودار سرعت-زمان متحرک در فاصلهٔ زمانی صفر تا ۱۰ ثانیه، نشان‌دهندهٔ جابجایی آن متحرک است. بنابراین، جابه‌جایی این دو متحرک را با هم مقایسه می‌کنیم.

$$\Delta x_A = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۸ = ۴۰m\,,\; \Delta x_B = \frac{۲۰ + ۸}{۲} \times ۱۰ = ۱۴۰m$$

$$\Rightarrow \text{فاصلهٔ بین متحرک} = (۱۴۰ - ۴۰) = ۱۰۰m$$

۷۴ **گزینه ۳**

ابتدا سرعت و جابجایی متحرک را پس از $۲۰s$ به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲ \times ۲۰ + ۰ \Rightarrow v = ۴۰\frac{m}{s}$$

$$\Delta x_۱ = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۴۰ + ۰}{۲} \times ۲۰ = ۴۰۰m$$

در مرحله دوم بیان شده سرعت متحرک با آهنگ ثابت $۴m/s^۲$ کاهش می‌یابد یعنی شتاب متحرک در این مرحله $-۴m/s^۲$ است.

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x_۲ \Rightarrow ۰ - (۴۰)^۲ = ۲(-۴)\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۲۰۰m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = ۴۰۰ + ۲۰۰ = ۶۰۰m$$

۷۵ **گزینه ۳** ثانیه سوم، فاصله زمانی بین $t = ۲s$ تا $t = ۳s$ است. سرعت متوسط را در این یک ثانیه حساب می‌کنیم.

$$\left\{\begin{array}{l} t_۱ = ۲s \Rightarrow v_۱ = (۴ \times ۲ + ۲)\frac{m}{s} = ۱۰\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۳s \Rightarrow v_۲ = (۴ \times ۳ + ۲)\frac{m}{s} = ۱۴\frac{m}{s} \end{array}\right. \;,\; \bar{v} = \frac{v_۲ + v_۱}{۲} = (\frac{۱۴ + ۱۰}{۲})\frac{m}{s} = ۱۲\frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \bar{v} \cdot \Delta t = (۱۲ \times ۱)m = ۱۲m$$

به این دلیل که متحرک تغییر جهت نداده است (سرعت پیوسته مثبت است)، اندازه جابه‌جایی با مسافت پیموده شده برابر است.

۷۶ گزینه ۱ در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر سرعت لحظهٔ وسط آن بازهٔ زمانی است.

۷۷ گزینه ۱ سطح زیر نمودار شتاب - زمان، برابر با تغییر سرعت است.

$$S = \Delta v = v_{۲۵} - \cancel{v_{۰}}^{۰} \Rightarrow \Delta v = (۲ \times ۱۰) + (۲۵ - ۱۰)(-۱) = ۲۰ - ۱۵ = ۵\frac{m}{s}$$

سرعت اولیه صفر است. پس سرعت در لحظه $t = ۲۵s$ برابر $۵\frac{m}{s}$ است.

۷۸ گزینه ۳

با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان داریم:

$$v_{۰} = ۵۴\frac{km}{h} = ۱۵\frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{v + v_{۰}}{۲} \times \Delta t \Rightarrow ۲۰ = \frac{v + ۱۵}{۲} \times ۲ \Rightarrow v = ۵\frac{m}{s} = ۱۸\frac{km}{h}$$

۷۹ گزینه ۲ تغییرسرعت برابر با سطح زیر نمودار شتاب - زمان است.

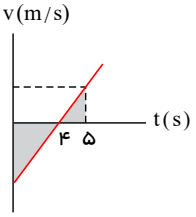
$$S = \Delta v = v_{۷} - v_{۰}$$

$$\Delta v = -۲(۵) + ۱(۷ - ۵) = -۱۰ + ۲ = -۸ \Rightarrow v_{۷} - v_{۰} = -۸ \Rightarrow v_{۷} - ۲۰ = -۸ \Rightarrow v_{۷} = ۱۲\frac{m}{s}$$

۸۰ گزینه ۲ باتوجه به اینکه شیب خط ثابت است حرکت با شتاب ثابت بوده و می‌توان نوشت:

$$\frac{۸}{۴} = \frac{v}{۱} \Rightarrow v = ۲\frac{m}{s}$$

$$\bar{v} = \frac{v + v_{۰}}{۲} = \frac{۲ - ۸}{۲} = -۳\frac{m}{s}$$



۸۱ گزینه ۱ نمودار سرعت - زمان خط راست است. پس شتاب حرکت مقدار ثابتی است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۴ - (-۳)}{۷} = ۱\frac{m}{s^{۲}}$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{۰}t \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}t^{۲} - ۳t$$

$$\begin{cases} t_{۱} = ۳s \Rightarrow x_{۱} = \frac{۱}{۲}(۹) - ۳(۳) = ۴٫۵ - ۹ = -۴٫۵m \\ t_{۲} = ۵s \Rightarrow x_{۲} = \frac{۱}{۲}(۲۵) - ۱۵ = -۲٫۵ \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_{۲} - x_{۱} = -۲٫۵ - (-۴٫۵) = ۲m$$

۸۲ گزینه ۴ برای نوشتن معادله‌ی مکان به a و $v_{۰}$ نیاز داریم، $v_{۰}$ مشخص است. پس باید ابتدا a را بدست آوریم، بنابراین طبق پارامترهای حرکت (معلوم: $x, v, v_{۰}$، مجهول: a) از معادله‌ی مستقل اززمان استفاده می کنیم.

$$v^{۲} - v_{۰}^{۲} = ۲a\Delta x \Rightarrow ۶^{۲} - ۸^{۲} = ۲ \times a \times (۸٫۵ - ۵) \Rightarrow a = -۴\frac{m}{s^{۲}}$$

بنابراین معادله‌ی مکان - زمان این گونه است:

$$x = \frac{۱}{۲} \times (-۴) \times t^{۲} + ۸t + ۵ \Rightarrow x = -۲t^{۲} + ۸t + ۵$$

۸۳ گزینه ۳ در ابتدا با استفاده از رابطه سرعت-جابجایی (مستقل از زمان)، شتاب حرکت و پس از آن معادله حرکت را می‌نویسیم.

$$v^{۲} - v_{۰}^{۲} = ۲a\Delta x \Rightarrow ۸^{۲} - ۴^{۲} = ۲ \times a \times (۱۰ - ۴) \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^{۲}}$$

بنابراین معادله‌ی مکان - زمان این گونه است:

$$x = \frac{۱}{۲} \times ۴t^{۲} + ۴t + ۴ \Rightarrow x = ۲t^{۲} + ۴t + ۴$$

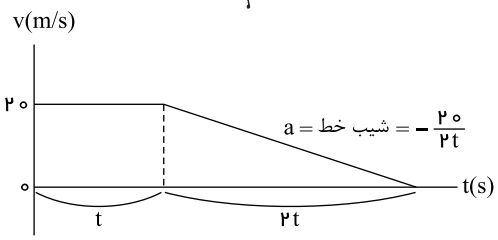
۸۴ گزینه ۲

روش اول:

با استفاده از نمودار سرعت-زمان داریم:

$$v = ۷۲\frac{km}{h} = ۲۰\frac{m}{s}$$

اگر زمان واکنش t باشد، زمان حرکت کندشونده $۲t$ است.



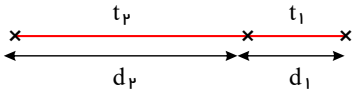
$$\rightarrow -۸ = -\frac{۲۰}{۲t} \rightarrow t = \frac{۵}{۴}s$$

و مسافت کل d برابر مسافت ذوزنقه است.

$$d = \frac{۳t + t}{۲} \times ۲۰ \xrightarrow{t=\frac{۵}{۴}s} d = ۵۰m$$

روش دوم:

$$v_۰ = ۷۲(\frac{km}{h}) = ۲۰(\frac{m}{s})$$



اگر مسافت طی‌شده در زمان واکنش که با سرعت ثابت انجام می‌شود را $d_۱$ و مسافت حرکت کندشونده را $d_۲$ فرض کنیم داریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲ad_۲ \Rightarrow ۰ - ۴۰۰ = ۲(-۸) \times d_۲ \Rightarrow d_۲ = ۲۵m$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۸t_۲ + ۲۰ \Rightarrow t_۲ = ۲/۵(s)$$

$$t_۲ = ۲t_۱ \Rightarrow t_۱ = ۱/۲۵(s)$$ زمان واکنش راننده

$$d_۱ = v_۱t_۱ = ۲۰ \times ۱/۲۵ = ۲۵(m) \Rightarrow d_T = d_۱ + d_۲ = ۵۰(m)$$

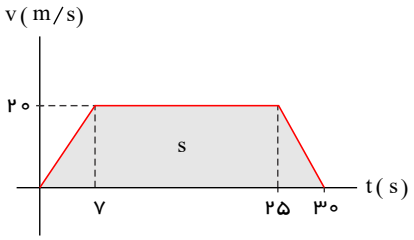
۸۵ گزینه ۳ در فاصلهٔ $۰ < t < t_۴$ متحرک در جهت محور حرکت می‌کند زیرا علامت سرعت مثبت است ولی از $t_۴$ به بعد چون سرعت منفی شده جسم خلاف محور حرکت می‌کند پس در $t_۴$ فاصله از مبدأ بیشترین مقدار است.

۸۶ گزینه ۲ ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم. سپس با تعیین سطح محصور بین نمودار و محور زمان، جابجایی و در نهایت اندازهٔ سرعت متوسط را می‌یابیم.

$$\Delta x = S = (\frac{۳۰ + ۱۸}{۲}) \times ۲۰$$

$$\Delta x = ۴۸۰(m)$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۴۸۰}{۳۰} = ۱۶m/s$$



۸۷ گزینه ۳

روش اول: در لحظهٔ $t = ۱s$ مکان متحرک $x = -۲m$ است. با قراردادن این لحظهٔ در گزینه‌ها، فقط به گزینهٔ ۳ می‌رسیم.

روش دوم: چون حرکت در سوی مثبت محور xهاست سرعت مثبت است و چون حرکت کندشونده است شتاب منفی است:

$$a = -۲m/s^۲$$

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{t=۱s} ۵ = -۲ \times ۱ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۷m/s$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow{t=۱s} \Delta x = \frac{۱}{۲}(-۲) \times ۱ + ۷ \times ۱ = -۱ + ۷ = ۶m$$

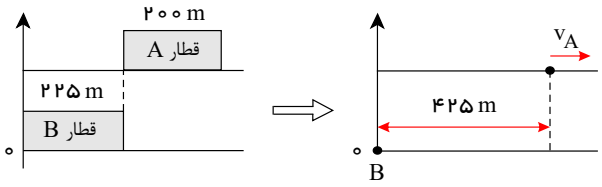
$$\Delta x = x - x_۰ \Rightarrow +۶ = -۲ - x_۰ \Rightarrow x_۰ = -۸m$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

$$x = \frac{۱}{۲}(-۲)t^۲ + ۷t + ۴ \Rightarrow x = -t^۲ + ۷t - ۸$$

۸۸ **گزینه ۴** انتهای قطار B در حالت سکون را به عنوان مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم. چون می‌خواهیم لحظه‌ای را بیابیم که قطار B به طورکامل از قطار A سبقت گرفته است، بنابراین معادلهٔ حرکت قطار B را نسبت به نقطهٔ انتهایی آن و معادلهٔ حرکت قطار A را نسبت به نقطهٔ ابتدایی آن می‌نویسیم. در این صورت در لحظه‌ای که قطار B به طورکامل از قطار A سبقت می‌گیرد، این دو نقطه برهم منطبق می‌شوند.

$$x_A = ۴۰t + ۴۲۵ \quad (I)$$

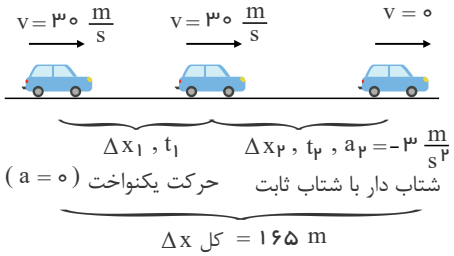


حرکت قطار B از دو قسمت تشکیل شده است، ابتدا با شتاب $۲\frac{m}{s}$ شروع به حرکت می‌کند تا سرعتش به $۵۰\frac{m}{s}$ برسد. قطار B این کار را درمدت $t = \frac{v}{a} = \frac{۵۰}{۲} = ۲۵s$ انجام می‌دهد و طی آن مسافت $\Delta x = \frac{v^۲}{۲a} = \frac{۵۰^۲}{۲ \times ۲} = ۶۲۵m$ را طی می‌کند. سپس با سرعت $۵۰\frac{m}{s}$ به مسیر خود ادامه می‌دهد. دقت کنید طی $۲۵s$ ابتدایی حرکت، قطار B از قطار A سبقت نمی‌گیرد. بنابراین:

$$x_B = ۵۰(t - ۲۵) + ۶۲۵ \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} x_A = x_B \Rightarrow ۴۰t + ۴۲۵ = ۵۰(t - ۲۵) + ۶۲۵ \Rightarrow ۱۰t = ۱۰۵۰ \Rightarrow t = ۱۰۵s$$

۸۹ **گزینه ۴** در مدت زمان واکنش راننده ($t_۱$) متحرک با سرعت ثابت ($v = ۱۰۸\frac{km}{h} = ۳۰\frac{m}{s}$) حرکت می‌کند و در مدت زمان ترمز ($t_۲$) اتومبیل با شتاب ثابت (کندشونده) حرکت می‌کند.



ابتدا جابه‌جایی متحرک در مرحلهٔ دوم را با استفاده از رابطهٔ $v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$ محاسبه می‌کنیم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۹۰۰ = ۲(-۳)\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۱۵۰m$$

$$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۱۶۵m \Rightarrow \Delta x_۱ + ۱۵۰ = ۱۶۵ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۱۵m$$

$$\Delta x_۱ = vt_۱ \Rightarrow ۱۵ = ۳۰t_۱ \Rightarrow t_۱ = \frac{۱}{۲}s$$

برای محاسبهٔ زمان حرکت متحرک در مرحلهٔ دوم از معادلهٔ $v = at + v_۰$ استفاده می‌کنیم.

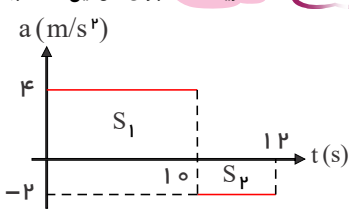
$$v = a_۲t_۲ + v_۰ \xrightarrow[a=-۳]{v=۰,\ v_۰=۳۰} ۰ = (-۳)t_۲ + ۳۰ \Rightarrow t_۲ = ۱۰s$$

$\frac{t_۲}{t_۱}$ برابر است با: $\frac{t_۲}{t_۱} = \frac{۱۰}{\frac{۱}{۲}} = ۲۰$

۹۰ **گزینه ۴** برای حل این تست بهترین روش رسم نمودار سرعت زمان از روی نمودار شتاب زمان می‌باشد.

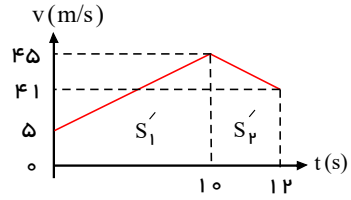
$$S_۱ = \underset{(۰ - ۱۰)}{\Delta v} = v_{۱۰} - v_۰ \Rightarrow ۴۰ = v_{۱۰} - ۵ \Rightarrow v_{۱۰} = ۴۵$$

$$S_۲ = \underset{(۱۰ - ۱۲)}{\Delta v} = v_{۱۲} - v_{۱۰} \Rightarrow -۴ = v_{۱۲} - ۴۵ \Rightarrow v_{۱۲} = ۴۱$$



$$\Delta x = S'_1 + S'_2 = \frac{(5+45)\times 10}{2} + \frac{(45+41)\times 2}{2} = 336m$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{336}{12} = 28\frac{m}{s}$$



۹۱ **گزینهٔ ۴** در ابتدا متحرک A به دلیل سرعت کم‌تر از متحرک B عقب می‌افتد. جابه‌جایی متحرک‌ها را تا لحظهٔ $t = 11s$ به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \Delta x_A = \frac{2+12}{2}\times 5 + 12\times(11-5) = 35 + 72 = 107m \\ \Delta x_B = 10\times 11 = 110m \end{cases}$$

در لحظهٔ $t = 11s$ متحرک A هنوز به متحرک B نرسیده است و $3m$ از آن عقب‌تر است. فرض می‌کنیم در مدت t_0 بعد از لحظهٔ $t = 11s$، متحرک A به B برسد.

$$a_B = \frac{0-10}{16-11} = -2\ \frac{m}{s^2}$$

$$\begin{cases} \Delta x_B = \frac{1}{2}a_B t_0^2 + v_{0B}t = -t_0^2 + 10t_0 \\ \Delta x_A = v_A t_0 = 12t_0 \end{cases}$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B + 3 \Rightarrow 12t_0 = (-t_0^2 + 10t_0) + 3$$

$$\Rightarrow t_0^2 + 2t_0 - 3 = 0 \Rightarrow t_0 = 1s$$

بنابراین A در لحظه $t' = t_0 + 11s$، یعنی در لحظهٔ $t' = 12s$ به B می‌رسد.

۹۲ **گزینهٔ ۲** روش اول: سرعت اولیه متحرک را v_0 در نظر می گیریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}(2)(2)^2 + v_0\times 2 = 4 + 2v_0$$

سرعت متحرک بعد از دو ثانیه

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2\times 2 + v_0 = 4 + v_0$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}\times(-2)(3)^2 + (4+v_0)\times 3 \Rightarrow \Delta x_2 = -9 + 12 + 3v_0 = 3 + 3v_0$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 4 + 2v_0 + 3 + 3v_0 = 7 + 5v_0$$

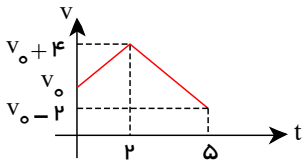
$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 6/4 = \frac{7+5v_0}{5} \Rightarrow 5v_0 + 7 = 32 \Rightarrow 5v_0 = 25 \Rightarrow v_0 = 5m/s$$

روش دوم: رسم نمودار $v-t$ از روی نمودار $a-t$:

سطح زیر نمودار $v-t$ معرف جابجایی می باشد:

$$V_{av} = \frac{S}{\Delta t} \Rightarrow 6/4 = \frac{\frac{(v_0+v_0+4)\times 2}{2} + \frac{(v_0+4+v_0-2)\times 3}{2}}{5}$$

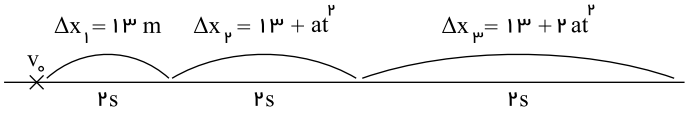
$$\Rightarrow v_0 = 5m/s$$



۹۳ **گزینهٔ ۱**

روش اول:

در حرکت با شتاب ثابت در ابتدا یک خط راست، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، تشکیل یک دنباله با قدر نسبت at^2 می‌دهند. به عبارتی داریم:



$$\Delta x_3 = 13 + 2at^2 \xrightarrow[t=2s]{\Delta x_3 = 25m} 25 = 13 + 8a \rightarrow a = 1/5\frac{m}{s^2}$$

روش دوم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$t = 2s \Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیهٔ اول}) = 2a + 2v_0 = 13 \Rightarrow a + v_0 = 6/5 (I)$$

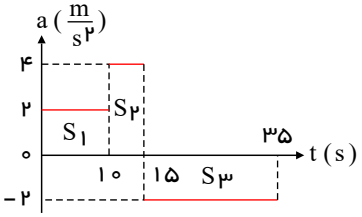
$$\begin{cases} t = 4s \Rightarrow \Delta x_4 = 8a + 4v_0 \\ t = 6s \Rightarrow \Delta x_6 = 18a + 6v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیهٔ سوم}) = \Delta x_6 - \Delta x_4 = 10a + 2v_0 = 25 \Rightarrow 5a + v_0 = 12/5 (II)$$

$$I, II \Rightarrow 4a = 12/5 - 6/5 \Rightarrow a = 1/5 \frac{m}{s^2}$$

۹۴ **گزینه ۳** با رسم نمودار سرعت-زمان از روی نمودار شتاب-زمان و بررسی سطح زیر نمودار سرعت زمان می‌توانیم بیشترین فاصله از مبدأ را تعیین کنیم.

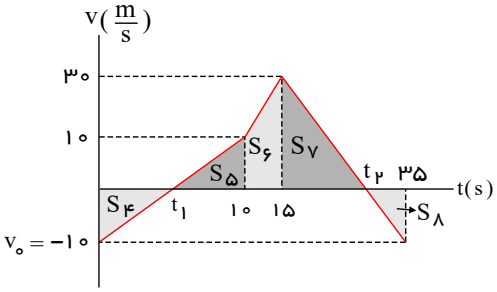
سطح زیر نمودار شتاب زمان برابر تغییرات سرعت می‌باشد.



$$S_1 = v_{10} - v_0 \Rightarrow 20 = v_{10} - (-10) \Rightarrow v_{10} = 10 \frac{m}{s}$$

$$S_2 = v_{15} - v_{10} \Rightarrow 20 = v_{15} - 10 \Rightarrow v_{15} = 30 \frac{m}{s}$$

$$S_3 = v_{35} - v_{15} \Rightarrow -40 = v_{35} - 30 \Rightarrow v_{35} = -10 \frac{m}{s}$$



$$\frac{30}{t_2 - 15} = \frac{10}{35 - t_2} \Rightarrow t_2 = 30s$$

در لحظهٔ $t_2 = 30s$ متحرک در بیش‌ترین فاصله از مکان اولیه‌اش (مبداء) قرار دارد.

$$d_{max} = -\cancel{S_4} + \cancel{S_5} + S_6 + S_7 = \frac{10 + 30}{2} \times (15 - 10) + \frac{30 \times (30 - 15)}{2} = 325m$$

۹۵ **گزینه ۱** جهت مثبت را برای هر متحرک به طور جداگانه همان جهت حرکت خودش فرض می‌کنیم.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 + v_{01} t = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 10t = t^2 + 10t$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}a_2 t^2 + v_{02} t = \frac{1}{2} \times 4t^2 + 20t = 2t^2 + 20t$$

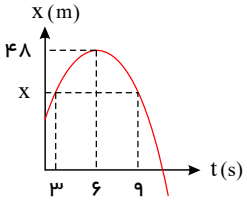
$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 1125 \Rightarrow 3t^2 + 30t = 1125$$

$$\Rightarrow t^2 + 10t - 375 = 0 \Rightarrow t = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 375}}{1}$$

$$\Rightarrow t_1 = 15s, t_2 = -25s \Rightarrow t = 15s$$

۹۶ **گزینه ۱** منحنی به‌صورت سهمی است، بنابراین نسبت به رأس سهمی ($t = 6s$) تقارن دارد. پس مکان متحرک در لحظات $t = 3$ و $t = 9$ یکسان می باشند و جابجایی متحرک در این بازه صفر است.

$$\Delta x_{(3 \to 9)} = 0$$



۹۷ گزینه ۳

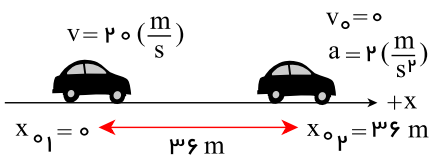
$x_۱ = vt + x_{۰۱} = ۲۰t$

$x_۲ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_{۰۲} = \frac{۱}{۲} \times ۲t^۲ + ۰ + ۳۶ = t^۲ + ۳۶$

$x_۲ = x_۱ \Rightarrow t^۲ + ۳۶ = ۲۰t \Rightarrow t^۲ - ۲۰t + ۳۶ = ۰$

$\Rightarrow (t - ۲)(t - ۱۸) = ۰$

$\Rightarrow t_۱ = ۲s\ ,\ t_۲ = ۱۸s \Rightarrow \quad \Delta t = ۱۶s$



۹۸ گزینه ۱ حرکت متحرک کندشونده بوده است و در $t = ۴s$ تغییر جهت داده است. با توجه به تقارن حرکت با شتاب ثابت قبل و بعد از تغییر جهت، متحرک در $t = ۸s$ در مکان اولیه‌اش $x = ۴m$ قرار می‌گیرد.

۹۹ گزینه ۳ روش اول:

در $t = ۲$، سرعت صفر است. در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۲s$ داریم:

$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۲a + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۲a \quad (*)$

به کمک تعریف سرعت متوسط جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۶s$ را می‌یابیم:

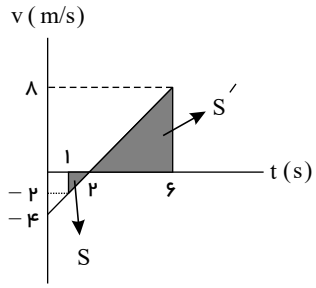
$v_{av} = \frac{x_{(t=۶)} - x_{(t=۱)}}{۶ - ۱} = ۳ \Rightarrow \Delta x_{(۱s-۶s)} = ۱۵m \quad (**)$

$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \xrightarrow{(*)} x = \frac{۱}{۲}at^۲ - ۲at + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۱s \Rightarrow x_۱ = \frac{a}{۲} - ۲a + x_۰ = -\frac{۳}{۲}a + x_۰ \\ t_۲ = ۶s \Rightarrow x_۲ = ۱۸a - ۱۲a + x_۰ = ۶a + x_۰ \end{cases} \xrightarrow{(**)} \Delta x = ۱۵m = ۷٫۵a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$

$\xrightarrow{(*)} v_۰ = -۴\frac{m}{s} \Rightarrow v = ۲t - ۴$

از رسم نمودار $(v - t)$ کمک می‌گیریم:

$v = ۲t - ۴ \Rightarrow$



$\begin{cases} t_۱ = ۱s \Rightarrow v_۱ = -۲\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۶s \Rightarrow v_۲ = ۸\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow L = S + S' = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱ + \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۴ = ۱ + ۱۶ = ۱۷m$

روش دوم:

در بازهٔ زمانی صفر تا $۲s \Rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۲a + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۲a$

$v_{av} = \frac{v + v_۰}{۲} = \frac{(at + v_۰) + v_۰}{۲} = \frac{۱}{۲}at + v_۰$

در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۶s$، در رابطهٔ فوق:

$v_{av} = ۳ = \frac{۱}{۲}a(۶ - ۱) + v_۱ \xrightarrow{v_۱ = v_{(t_۱ = ۱s)} = (-۲)} ۳ = \frac{۵}{۲}a - ۲ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲\frac{m}{s^۲} \\ v_۰ = -۴\frac{m}{s} \end{cases}$

باقی راه‌حل شبیه روش اول است.

۱۰۰ گزینه ۲ اتومبیل از حالت سکون $(v_۰ = ۰)$ با شتاب ثابت $a_۱$ در مسیر مستقیم شروع به حرکت می کند و پس از مدتی بزرگی سرعت آن به v می رسد پس از آن اتومبیل در همان جهت با شتاب ثابت $a_۲$ حرکت خود را کند می کند تا پس از مدت زمانی سرعت آن به صفر برسد.

مرحله ی اول حرکت: $v^۲ - v_۰^۲ = ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow v^۲ - ۰ = ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{v^۲}{۲a_۱}$

مرحله ی دوم حرکت: $v_۱^۲ - v^۲ = ۲a_۲\Delta x_۲ \Rightarrow ۰ - v^۲ = ۲a_۲\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{-v^۲}{۲a_۲}$

$\Rightarrow \Delta x_۱ = ۴\Delta x_۲ \Rightarrow \frac{v^۲}{۲a_۱} = -۴\frac{v^۲}{۲a_۲} \Rightarrow |a_۲| = ۴|a_۱|$

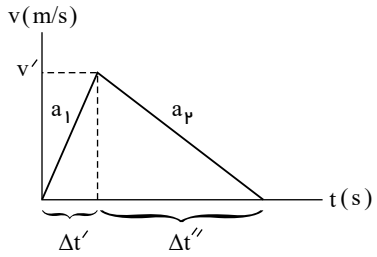
۱۰۱ **گزینه ۴**

می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر شتاب لحظه‌ای است.

نمودار $(v-t)$ را از ابتدا تا انتهای حرکت رسم می‌کنیم.

در هر بازه‌ای که شتاب ثابت است: $a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

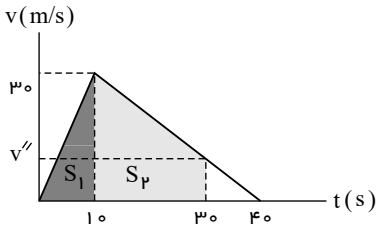
بنابراین چون: $|a_۲| = ۳\,|a_۱$ است: $\Delta t' = \frac{۱}{۳}\Delta t''$ (۱)

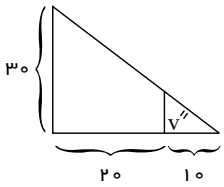


سطح زیر نمودار برابر $۶۰۰m$ است:

$$\begin{cases} \frac{۱}{۲} \times v' \times (\Delta t' + \Delta t'') = ۶۰۰ & (۲) \\ \text{در قسمت اول حرکت: } v' = a_۱ \Delta t' = ۳\Delta t' & (۳) \end{cases}$$

$$(۱)\text{ و }(۲)\text{ و }(۳) \Rightarrow \frac{۱}{۲}(۳\Delta t')(۴\Delta t') = ۶۰۰ \Rightarrow ۶\Delta t'^{۲} = ۶۰۰ \Rightarrow \Delta t' = ۱۰s \begin{cases} v' = ۳۰\frac{m}{s} \\ \Delta t'' = ۳۰s \end{cases}$$





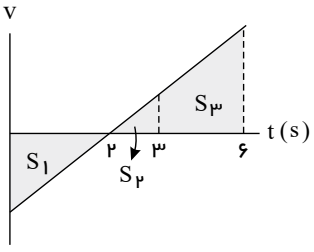
$$\Rightarrow \frac{v''}{۳۰} = \frac{۱۰}{۳۰} \Rightarrow v'' = ۱۰\frac{m}{s}$$

$$L = S_۱ + S_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۳۰ \times ۱۰ + \frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times \underbrace{(۱۰ + ۳۰)}_{۴۰} = ۱۵۰ + ۴۰۰ = ۵۵۰m$$

۱۰۲ **گزینه ۴** نمودار سهمی است. پس حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. $a > ۰$ و $v_۰ < ۰$ است. متحرک در $t = ۲s$ تغییر جهت داده است و می‌دانیم هنگام بررسی مسافت طی شده باید حواسمان به تغییر جهت دادن یا تغییر جهت ندادن جسم در بازهٔ زمانی موردنظر باشد. اکنون گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

رد گزینهٔ (۱): متحرک در $t = ۲s$ تغییر جهت داده بنابراین مسافت در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۳s$ (که متحرک در این بازهٔ زمانی و در $t = ۲s$ تغییر جهت داده) نمی‌تواند با مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۳s$ تا $t = ۶s$ برابر باشد:

$$\begin{cases} L_{(۰-۳s)} = S_۱ + S_۲ \\ L_{(۳s-۶s)} = S_۳ \end{cases} \Rightarrow S_۱ + S_۲ \neq S_۳$$



برای سهولت در امر مقایسه می‌توانیم به a یک عدد فرضی نسبت دهیم مثلاً:

$$a = ۱(\frac{m}{s}) \Rightarrow v_{(t=۲)} = a\Delta t + v_{(t=۰)} \Rightarrow ۰ = ۲ \times ۱ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۲\frac{m}{s} \Rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow v = t - ۲ \Rightarrow \begin{cases} t = ۳s \Rightarrow v = ۳ - ۲ = ۱\frac{m}{s} \\ t = ۶s \Rightarrow v = ۶ - ۲ = ۴\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |S_1| = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1m \\ S_2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = 0/5m \\ S_3 = \frac{1}{2} \times 3 \times \underbrace{(1+4)}_{5} = 7/5m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_{(0-3s)} = |S_1| + S_2 = 1 + 0/5 = 1/5m \\ L_{(3-6s)} = S_3 = 7/5m \end{cases} \Rightarrow L_{(0-3s)} \neq L_{(3-6s)}$$

توجه: برای رد گزینهٔ (۱) به طور شهودی نیز عمل بفرمائید! شتاب ثابت، تقارن، توجه به بازه‌های زمانی و ...

رد گزینهٔ (۲):

$$\begin{cases} \Delta x_{(0-3s)} = S_2 - |S_1| \\ L_{(0-3s)} = S_2 + |S_1| \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(0-3s)} \neq L_{(0-3s)}$$

رد گزینهٔ (۳): شیب خط واصل دو نقطه از نمودار مکان- زمان برابر سرعت متوسط در آن بازهٔ زمانی است. پس به دلیل تقارن:

$$[(v_{av})_{0-4s} = \frac{x_{(t=4)} - x_{(t=0)}}{4-0} = 0] \neq [v_{(1s-5s)} (\neq 0)]$$

تأیید گزینهٔ (۴): به دلیل اینکه شتاب ثابت است و تقارن در نمودار مکان- زمان،

$$\begin{cases} x_{(t=1s)} = x_{(t=3s)} \\ x_{(t=0)} = x_{(t=4s)} \end{cases} \Rightarrow x_{(3)} - x_{(0)} = x_{(1)} - x_{(4)} = |x_{(4)} - x_{(1)}| \Rightarrow \Delta x_{(0-3s)} = |\Delta x_{(1-4s)}| \Rightarrow |\frac{\Delta x}{\Delta t_{(0-3s)}}| = |\frac{\Delta x}{\Delta t_{(1-4s)}}| \Rightarrow (v_{av})_{0-3s} = (v_{av})_{1-4s}$$

۱۰۳ گزینه ۲ با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان می‌توان نوشت:

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow V^2 - 100 = 2(-2) \times 25 \Rightarrow V = 0$$ **مرحلهٔ اول:**

پس سرعت متحرک در مکان $x = 25m$ برابر صفر است. اکنون برای محاسبهٔ سرعت آن در مکان $x = 61m$ خواهیم داشت:

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow V^2 - 0 = 2 \times 2 \times (61 - 25) \Rightarrow V^2 = 144 \Rightarrow V = 12\frac{m}{s}$$

۱۰۴ گزینه ۲ در ۲ ثانیهٔ آخر ۴ متر جابه‌جا شده و سرعت آن به صفر رسیده پس:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow 4 = -\frac{1}{2}a \times 2^2 \Rightarrow a = -2\frac{m}{s^2}$$

در ۲ ثانیهٔ اول ۳۶ متر جابه‌جا شده است پس:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 36 = \frac{1}{2} \times -2 \times 4 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = 20\frac{m}{s}$$

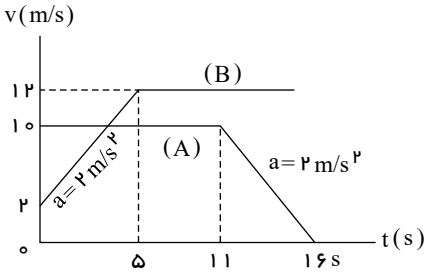
در کل حرکت

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2 \times t_1 + 20 \Rightarrow t_1 = 10s$$

۱۰۵ گزینه ۳ از نظر محاسبات یکی از تست‌های طولانی کنکور است. برای تسریع و سهولت در پاسخ‌دهی به این تست از نمودار $(v-t)$ کمک می‌گیریم؛

گام اول: نمودار $(v-t)$ هر دو متحرک را رسم می‌کنیم. سرعت متحرک (B) در پایان ثانیهٔ پنجم:

$v = at + v_0 = 2 \times 5 + 2 = 12\frac{m}{s}$ خواهد بود.



هردو متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان بوده‌اند:

$$x_{0A} = x_{0B} = 0$$

لحظه‌ای که دو اتومبیل به هم می‌رسند: $x_A = x_B$. **بنابراین اگر لحظهٔ موردنظر را** $t = t'$ **درنظر بگیریم:**

$(t_2 = t' \text{ تا } t_1 = 0$ در بازهٔ زمانی $) \Rightarrow \Delta x_A = \Delta x_B$ (جابه‌جایی دو متحرک یکسان است)

گام دوم: سطح زیر نمودار $(v-t)$ **برابر جابه‌جایی است؛ با کمی تأمل در شکل مشخص است که تا** $t = 5s$ **این اتفاق رُخ نمی‌دهد. ببینیم تا** $t = 11s$ **آیا جابه‌جایی دو متحرک (مساحت سطح زیر دو نمودار) یکسان می‌شود یا خیر؟**

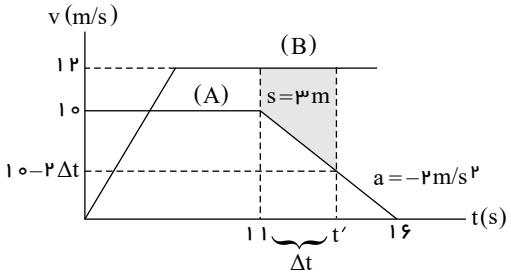
$$A: \Delta x_A = 11 \times 10 = 110m \quad \text{و} \quad B: \Delta x_B = \underset{\text{ذوزنقه}}{S} + \underset{\text{مستطیل}}{S} = \frac{1}{2}(5)\underbrace{(2+12)}_{14} + 12 \times 6 = 35 + 72 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = 110m \\ \Delta x_B = 107m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_B < \Delta x_A \Rightarrow t' > 11s$$

$\Rightarrow$ کافی است مساحت سطح زیر نمودار متحرک B از $t = 11s$ ، به بعد $3m$ بیشتر از مساحت سطح زیر نمودار A باشد

گام سوم:

$$S=\frac{۱}{۲}(\Delta t)(\underbrace{۲+(۱۲-(۱۰-۲\Delta t))}_{۴+۲\Delta t})=۳\Rightarrow ۲\Delta t+\Delta t^{۲}=۳\Rightarrow \Delta t^{۲}+۲\Delta t-۳=۰$$

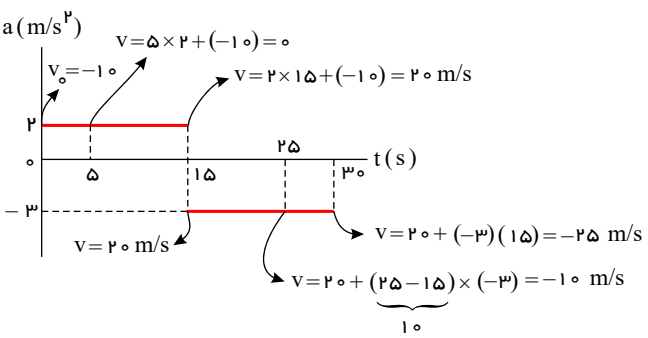
$$\Rightarrow \Delta t=\frac{-۲\pm\sqrt{۴+۱۲}}{۲}=\frac{-۲\pm ۴}{۲}\begin{cases}-۳s\\ ۱s\checkmark\end{cases}\Rightarrow t'=۱۲s$$



$$t'=۱۲s\begin{cases}v_B=۱۲\frac{m}{s}\\ v_A=۱۰-۲\Delta t=۱۰-۲\times ۱=۸\frac{m}{s}\end{cases}\Rightarrow v_B-v_A=۱۲-۸=۴\frac{m}{s}$$

۱۰۶ **گزینه ۱**

روش اول: کافی است از مفهوم شتاب در هر بازهٔ زمانی استفاده کرده، سرعت متحرک را در لحظات $t=۵s$ و $t=۲۵s$ و $t=۳۰s$ می‌یابیم:



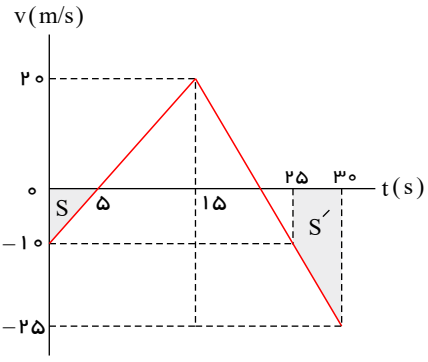
$$\overbrace{\text{در بازهٔ زمانی صفر تا } ۵s}^{\text{۵ ثانیهٔ اول}}\Rightarrow \Delta x=(\frac{۰+(-۱۰)}{۲})(۵)=-۲۵m\rightarrow|\Delta x|=۲۵m$$

$$\underbrace{\text{در بازهٔ زمانی } ۲۵s \text{ تا } ۳۰s}_{\text{۵ ثانیهٔ ششم}}\Rightarrow \Delta x'=(\frac{-۲۵+(-۱۰)}{۲})(۵)=\frac{-۳۵\times ۵}{۲}=-۸۷٫۵m\Rightarrow|\Delta x'|=۸۷٫۵m\Rightarrow|\frac{\Delta x'}{\Delta x}|=\frac{۸۷٫۵}{۲۵}=۳٫۵$$

توجه: دقت کنیم در بازهٔ زمانی داده شده شتاب ثابت بوده است. (در هر بازهٔ زمانی جداگانه)

روش دوم: کافی است نمودار $(v-t)$ را رسم کنیم:

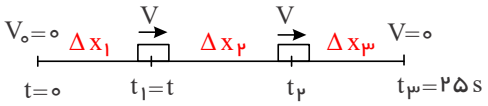
v را در لحظات $t=۵s$ و $t=۲۵s$ و $t=۳۰s$ مشخص می‌کنیم و به کمکسطح زیر نمودار، جابه جایی در هر مرحلهٔ را محاسبه کنیم.



$$\Rightarrow\begin{cases}\Delta x=۰-S=-\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۵=-۲۵m\\ \Delta x'=۰-S'=-\frac{۱}{۲}\times ۵\times(۱۰+۲۵)=-۸۷٫۵m\end{cases}\Rightarrow|\frac{\Delta x'}{\Delta x}|=\frac{۸۷٫۵}{۲۵}=۳٫۵$$

۱۰۷ **گزینه ۳** **می‌دانیم اگر در حرکت شتاب‌دار ثابت سرعت متحرکی پس از t ثانیه از $V_۰$ به V برسد و سپس در مرحلهٔ بعد، سرعتش را با همان شتاب کاهش داده به‌طوری‌که پس از t' ثانیه از V مجدداً به $V_۰$ برسد، در این‌صورت $(\Delta x_۱=\Delta x_۲\ ,\ t=t')$ خواهد بود و داریم:**

$$\overline{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow ۲۰=\frac{\Delta x}{۲۵}\Rightarrow \Delta x=۵۰۰m$$



$$\Delta x=\Delta x_۱+\Delta x_۲+\Delta x_۳\Rightarrow ۵۰۰=\frac{V+۰}{۲}\times t+V(۲۵-۲t)+\frac{V+۰}{۲}\times t$$

$$\xrightarrow{V=at} ۵۰۰=\frac{۵t^۲}{۲}+۱۲۵t-۱۰t^۲+\frac{۵t^۲}{۲}=-۵t^۲+۱۲۵t\Rightarrow t^۲-۲۵t+۱۰۰=۰$$

$$\Rightarrow (t-۲۰)(t-۵)=۰\Rightarrow t=۲۰s \text{ غ ق ق} \quad , \quad t=۵ \text{ ق ق}$$

حال با داشتن مدت زمان t برای محاسبهٔ مدت زمان حرکت یکنواخت متحرک داریم:

$$\Delta t_۱+\Delta t_۲+\Delta t_۳=۲۵s\Rightarrow t+\Delta t_۲+t=۲۵\Rightarrow \Delta t_۲=۲۵-۲t=۲۵-۱۰$$
$$=۱۵s\Rightarrow \Delta t_{\text{یکنواخت}}=۱۵s$$

۱۰۸ **گزینه ۴** سرعت در $t=۰$ در جهت محور x است (دقت کنید در جهت محور x بودن الزاماً به مفهوم $x>۰$ بودن نیست بلکه یعنی جهت سرعت متحرک در جهت $(+)$ محور x است درحالی که ممکن است $x<۰$ باشد.) پس $v_۰>۰$

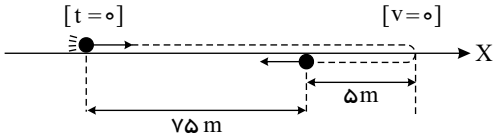
به کمک سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت جابه‌جایی متحرک را می‌یابیم:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\vec{\Delta x}}{\Delta t}=۷/۵\vec{i}\Rightarrow (\frac{\Delta x}{\Delta t})\vec{i}=۷/۵\vec{i}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t}=۷/۵\Rightarrow \Delta x=۷/۵\times ۱۰=۷۵m \quad (۱)$$

تندی متوسط متحرک در همین مدت $۸/۵\frac{m}{s}$ شده است، از اینکه تندی متوسط متحرک بیشتر از سرعت متوسط متحرک شده است، درمی‌یابیم که الزاماً متحرک تغییر جهت داده است. یعنی مسافت طی شده بیشتر از جابه‌جایی است.

$$S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{L}{۱۰}=۸/۵\Rightarrow L=۸۵m \quad (۲)$$

با توجه به مقادیر (۱) و (۲):



حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. نمودار $(v-t)$ یک خط مایل است با $v_۰>۰$

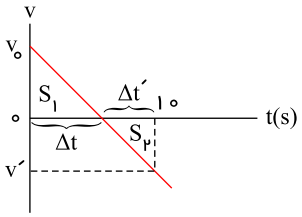
$$(۱)\ ,\ (۲)\Rightarrow S_۱=۸۰m\ ,\ S_۱+|S_۲|=۸۵m\Rightarrow |S_۲|=۵m$$

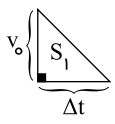
$$\frac{|v'|}{v_۰}=\frac{\Delta t'}{\Delta t}\ ,\ \begin{cases} S_۱=\frac{۱}{۲}v_۰\Delta t=۸۰ \\ S_۲=\frac{۱}{۲}|v'|\Delta t'=۵ \end{cases}$$

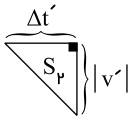
$$\Rightarrow \frac{|v'|}{|v|}\times\frac{\Delta t'}{\Delta t}=\frac{۵}{۸۰}=\frac{۱}{۱۶} \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۳)} (\frac{\Delta t'}{\Delta t})^۲=\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow \frac{\Delta t'}{\Delta t}=\frac{۱}{۴}\ \frac{\Delta t'}{۱۰-\Delta t'}=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \Delta t'=۲s\Rightarrow \Delta t=۸s$$



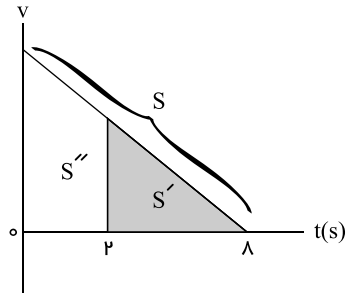




$\Rightarrow S' = ?$

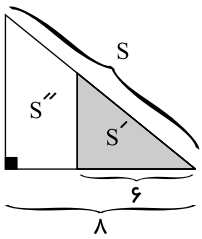
$\Rightarrow S''_{(0-2s)} = \Delta x = L = ?$

$\Rightarrow S_1 = 80m$



$\Rightarrow \frac{S'}{S} = (\frac{6}{8})^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{S'}{80} = \frac{9}{16}$

$\Rightarrow S' = 45 \Rightarrow$ مجهول سؤال $= S - S' = 80 - 45 = 35m$



توجه: می‌توان پس از مشخص شدن $\Delta t = 8s$، از روش زیر بهره برد به‌نحوی‌که: در بازهٔ زمانی $(0 - 8s)$ و $(2s - 8s)$، به مسئله وارونه نگاه کنیم تا $v_0 = 0$ شود. آنگاه:

$$(0 \to 8s) \to (8s \to 0) \Rightarrow \begin{cases} v_0 = v_{(t=8s)} = 0 \\ |\Delta x| = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \Rightarrow 80 = \frac{1}{2}|a| \times 8^2 \Rightarrow |a| = 2/5 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

$$(2s \to 8s) \to (8s \to 2s) \begin{cases} v_0 = v_{(t=8s)} = 0 \\ |\Delta x| = \frac{1}{2} a \Delta t^2 = \frac{1}{2}(2/5)6^2 = 45m \end{cases}$$

$\Rightarrow$ مجهول تست $= S - S' = 80 - 45 = 35m$

۱۰۹ گزینه ۱ ابتدا معادلهٔ سرعت و شتاب متحرک را محاسبه کرده و سپس به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$x = 2t^3 - 6t^2 + 6t \Rightarrow V = \frac{dx}{dt} = 6t^2 - 12t + 6 \Rightarrow a = \frac{dV}{dt} = 12t - 12$$

گزینهٔ (۱):

$$\begin{cases} t_1 = 0 \to V_1 = 6 \\ t_2 = 2 \to V_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \bar{a} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{6 - 6}{2 - 0} = 0$$

گزینهٔ (۲):

شرط تغییر جهت حرکت: $V = 0 \Rightarrow 6t^2 - 12t + 6 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0$

$\Rightarrow (t-1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1$

لحظهٔ $t = 1(s)$ ریشهٔ مضاعف معادلهٔ سرعت است، بنابراین در این لحظه سرعت صفر می‌شود اما تغییر جهت نمی‌دهد.

گزینهٔ (۳): برای بررسی تندشونده یا کندشونده بودن حرکت، معادلهٔ سرعت و شتاب را تعیین علامت می‌کنیم:

$V = 0 \Rightarrow 6t^2 - 12t + 6 = 0 \Rightarrow 6(t-1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1$ ریشهٔ مضاعف

$a = 0 \Rightarrow 12t - 12 = 0 \Rightarrow t = 1$ ریشهٔ ساده

بنابراین حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

	$t=1$		
V	$+$	0	$+$
a	$-$	0	$+$
	کندشونده		تندشونده

گزینهٔ (۴): باتوجه به تعیین علامت سرعت و مضاعف بودن ریشهٔ $t = 1(s)$ می‌توان نتیجه گرفت متحرک تغییر جهت نمی‌دهد و سرعت همواره مثبت است یعنی حرکت همواره در جهت محور x است.

۱۱۰ گزینه ۲ سطح زیر نمودار در بازهٔ $0 < t < 4s$ را به دست می‌آوریم.

$$S = \frac{4+2}{2} \times 8 = 24m = x_4 - x_0 = x_4 - (-36) \Rightarrow x_4 = -12m$$

بنابراین متحرک $12m$ دیگر باید جابه‌جا شود تا به مبداء مکان برسد.

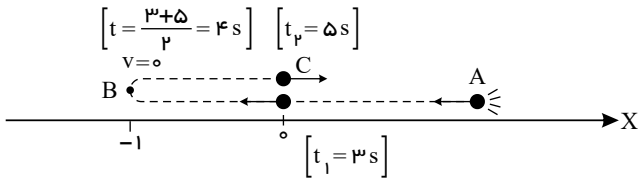
در $t > ۴s$ داریم:

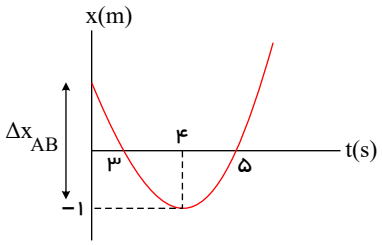
$$a = \frac{v_۹ - v_۴}{۹ - ۴} = \frac{(-۲) - ۸}{۵} = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = -t^۲ + ۸t = +۱۲ \Rightarrow (t-۶)(t-۲) = ۰ \Rightarrow t = ۲ \text{ق ق } t = ۶ \Rightarrow t = ۲ \text{یا}$$

$$\Rightarrow t_{\text{رسیدن}} = ۶s$$

۱۱۱ **گزینه ۳** هرگاه در یک حرکت شتابدار با شتاب ثابت a و $v_۰$ مختلف‌العلامت باشند، حرکت به‌صورت رفت و برگشت است. اگر در چنین شرایطی متحرک در لحظات $t_۱$ و $t_۲$ از یک مکان عبور نموده باشد، در $t = \frac{t_۱ + t_۲}{۲}$ تغییر جهت داده و $v = ۰$ شده است. چون در $x = -۱(m)$ تغییر جهت داده (در $x < ۰$) و در دو لحظهٔ $t_۱ = ۳s$ و $t_۲ = ۵s$ نیز از مبدأ مکان عبور نموده راهی وجود ندارد جز اینکه:





روش وارونه دیدن!

$$A \not\rightarrow B \rightarrow (B \rightarrow A) : \Delta x = \frac{۱}{۲}a(\Delta t)^۲ = ۸a$$

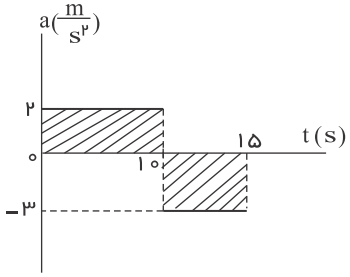
$$\Rightarrow \Delta x_{AB} = ۱۶m$$

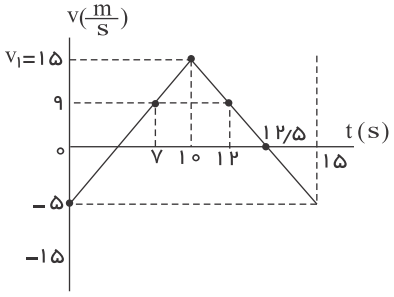
$$B \rightarrow C \rightarrow \Delta x = \frac{۱}{۲}a(۱)^۲ = ۰/۵a = ۱ \rightarrow a = ۲$$

$$\Rightarrow x_۰ = ۱۵m \Rightarrow S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۱۶ + ۱}{۵} = \frac{۱۷}{۵}\frac{m}{s}$$

۱۱۲ **گزینه ۳**

در ابتدا از روی نمودار $a - t$ داده شده نمودار $v - t$ را رسم کرده، سپس با تعیین جابه‌جایی (سطح محصور بین نمودار $v - t$ و محور زمان)، سرعت متوسط را می‌یابیم. قبل از هر چیزی داریم:





$$V = at + v_۰ \xrightarrow{\text{در سه ثانیهٔ اول}} ۱ = ۲ \times ۳ + v_۰ \rightarrow v_۰ = -۵\frac{m}{s}$$

$$\Delta V_1 = ۲۰ = v_1 - v_۰ = v_1 - (-۵) \rightarrow v_1 = ۱۵\frac{m}{s}$$

$$\Delta V_۲ = -۳۰ = v_۲ - v_1 = v_۲ - (۱۵) \rightarrow v_۲ = -۱۵\frac{m}{s}$$

$$t_1 = ۷s \text{ در } : v = at + v_۰ \rightarrow v = ۲ \times ۷ - ۵ \rightarrow v = ۹\frac{m}{s}$$

$$t_۲ = ۱۲s \text{ در } : v' = a't' + v'_۰ \rightarrow v' = -۳ \times ۲ + ۱۵ \rightarrow v' = ۹\frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} \Delta x_1 = S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{۱۵+۹}{۲} \times ۳ = ۳۶m \\ \Delta x_۲ = S'_{\text{ذوزنقه}} = \frac{۱۵+۹}{۲} \times ۲ = ۲۴m \end{cases} \rightarrow \Delta y_{\text{کل}} = ۳۶ + ۲۴ = ۶۰m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۶۰}{۱۲ - ۷} \rightarrow v_{av} = ۱۲\frac{m}{s}$$

۱۱۳ **گزینه ۳** اگر سرعت اولیه را $v_۰$ فرض کنیم، سرعت در لحظهٔ $t = ۶s$ (وسط زمان حرکت) برابر $\frac{v_۰}{۲}$ است.

$$\Delta x_1 \text{ (۶ ثانیهٔ اول)} = \frac{v_۰ + \frac{v_۰}{۲}}{۲} \times ۶ = ۴٫۵v_۰$$

$$\Delta x_۲ \text{ (۶ ثانیهٔ پایانی)} = \frac{\frac{v_۰}{۲} + ۰}{۲} \times ۶ = ۱٫۵v_۰$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_۲} = ۳$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۳
۲	۳
۳	۴
۴	۳
۵	۱
۶	۱
۷	۴
۸	۳
۹	۱
۱۰	۲
۱۱	۳
۱۲	۴
۱۳	۲
۱۴	۴
۱۵	۴
۱۶	۲
۱۷	۴
۱۸	۳
۱۹	۲
۲۰	۴
۲۱	۳
۲۲	۳
۲۳	۳
۲۴	۲
۲۵	۲
۲۶	۴
۲۷	۱
۲۸	۲
۲۹	۳
۳۰	۱
۳۱	۲
۳۲	۴
۳۳	۲
۳۴	۲
۳۵	۳
۳۶	۴
۳۷	۲
۳۸	۳
۳۹	۳
۴۰	۲
۴۱	۱
۴۲	۱
۴۳	۲
۴۴	۱
۴۵	۳
۴۶	۴
۴۷	۳
۴۸	۲
۴۹	۱
۵۰	۲
۵۱	۱
۵۲	۲
۵۳	۴
۵۴	۲
۵۵	۴
۵۶	۲
۵۷	۲
۵۸	۲
۵۹	۳
۶۰	۱
۶۱	۲
۶۲	۳
۶۳	۳
۶۴	۱
۶۵	۱
۶۶	۱
۶۷	۲
۶۸	۲
۶۹	۳
۷۰	۴
۷۱	۴
۷۲	۱
۷۳	۳
۷۴	۳
۷۵	۳
۷۶	۱
۷۷	۱
۷۸	۳
۷۹	۲
۸۰	۲
۸۱	۱
۸۲	۴
۸۳	۳
۸۴	۲
۸۵	۳
۸۶	۲
۸۷	۳
۸۸	۴
۸۹	۴
۹۰	۴
۹۱	۴
۹۲	۲
۹۳	۱
۹۴	۳
۹۵	۱
۹۶	۱
۹۷	۳
۹۸	۱
۹۹	۳
۱۰۰	۲
۱۰۱	۴
۱۰۲	۴
۱۰۳	۲
۱۰۴	۲
۱۰۵	۳
۱۰۶	۱
۱۰۷	۳
۱۰۸	۴
۱۰۹	۱
۱۱۰	۲
۱۱۱	۳
۱۱۲	۳
۱۱۳	۳