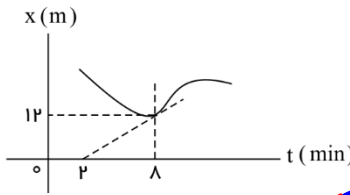


تست ۱۰

شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که خط مماس بر آن در لحظه $t = 8 \text{ min}$ رسم شده است. سرعت متحرک در این لحظه چند متر بر ثانیه است؟

قلم چی - ۱۳۹۸



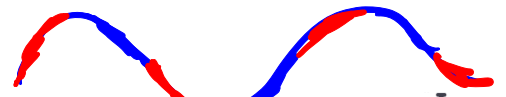
۲

۱

۱/۴

۱,۵

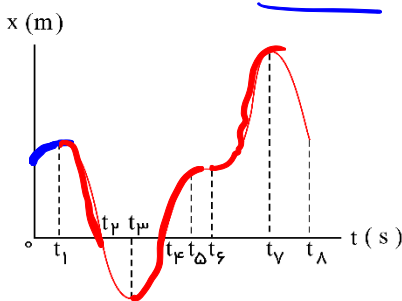
۱-۷-۱ شیب صعودی و نزولی یعنی چی!؟



تست ۱۱

نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. تندی متحرک در کدام بازه زمانی به طور پیوسته در حال کاهش است؟

قلم چی - ۱۳۹۸



۱

۲

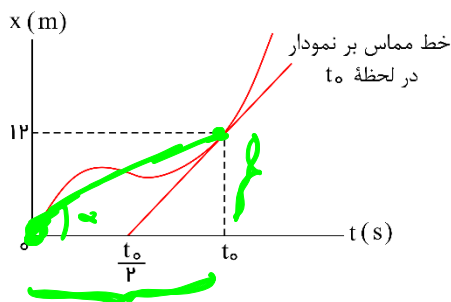
۳

۴

تست ۱۲

در نمودار مکان - زمان شکل زیر، اگر تندی لحظه‌ای متحرک در لحظه t_0 بزرگ‌تر از بزرگی سرعت متوسط متحرک در t_0 باشد، ثانیه اول حرکت باشد، t_0 بر حسب ثانیه کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۸



$$S_{\text{av}} = m = t_0 \alpha = \frac{12}{t_0} = \frac{24}{t_0}$$

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{t_0} - x_0}{t_0 - 0} = \frac{12 - 0}{t_0} = \frac{12}{t_0}$$

$$\frac{12}{t_0} + 12 = \frac{24}{t_0} \rightarrow 12 + 12t_0 = 24 \rightarrow 12t_0 = 12 \rightarrow t_0 = 1$$

۱۲

۴

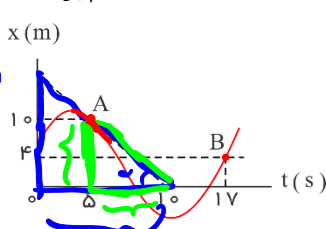
۸

۶

تست ۱۳

نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط بین دو نقطه A و B و سرعت متحرک در نقطه A به ترتیب از راست به چپ چند متر بر ثانیه هستند؟

قلم چی - ۱۳۹۸



$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{4 - 10}{5 - 1} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$v_A = m = t_A \alpha = \frac{10}{2} = 5$$

۱

۲

۳

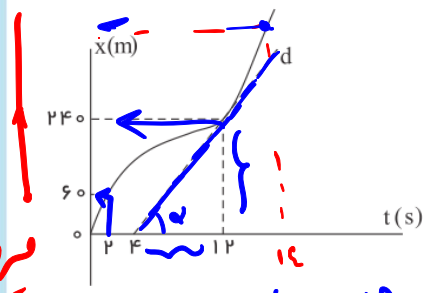
۴

تندی متحرک در نقطه A چی میشه؟ قدر مطلق سرعت همیشه دیگهه! تندی $|v| = s$

یب $\alpha = t$: سرعت
 سرعت متوسط \rightarrow $\frac{\Delta x}{\Delta t}$
 ییب خط ماس \rightarrow $\frac{\Delta x}{\Delta t}$
 تندای کمتر ارس

تست ۱۴

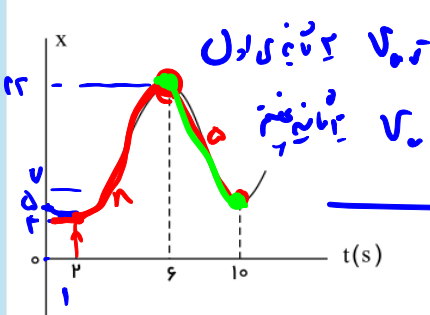
نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر تندی در لحظه $t = 12s$ برابر تندی متوسط در بازه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 14s$ باشد، سرعت متوسط ۲ ثانیه اول چند برابر سرعت متوسط ۲ ثانیه هفتم است؟ (خط d مماس بر نمودار در لحظه $t = 12s$ است).



$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$
 $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$
 $S_{12} = m = tg\alpha = \frac{240}{12} = 20$
 $S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{L}{14-2} = \frac{x_{14}-x_2}{12}$
 $20 = \frac{x_{14}-60}{12} \rightarrow x_{14}-60 = 240 \rightarrow x_{14} = 300$
 $\boxed{x_{14} = 300}$

تست ۱۵

نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. کدام یک از بازه‌های زمانی مشخص شده در گزینه‌ها بیشتر است؟



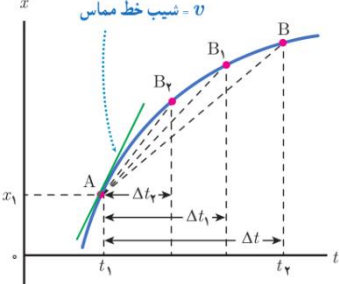
$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40-0}{6} = 6.67$
 $V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20-40}{10-6} = -4.5$

- ۱. صفر تا ۲s
- ۲. صفر تا ۶s
- ۳. ۱.۵ تا ۲s
- ۴. ۱.۵ تا ۶s

$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{L}{2-0} = \frac{1}{2}$
 $S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{L}{10-6} = \frac{1}{4}$
 $S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{L}{2-1.5} = 2$

تندی متوسط	سرعت متوسط	بررسی
آهنگ کمیت مسافت $S_{av} = \frac{l}{\Delta t}$	آهنگ کمیت جابجایی $V_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$ $V_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \vec{i} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i}$	تعریف
نرده ای و مثبت	بردارای مثبت یا منفی	بردارای یا نرده ای
$S_{av} = V_{av} \leftarrow l = \vec{d} $	اگر متحرک روی خط راست تغییر جهت ندهد:	مقایسه اندازه ای
$S_{av} > V_{av} \leftarrow l > \vec{d} $	اگر متحرک روی خط راست تغییر جهت بدهد:	
اول مسافتو از نمودار پیدا کن بعدش تقسیم بر زمان کن!	شیب خط واصل در نمودار $x-t$ $m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = V_{av} = tg\alpha$	مفهوم هندسی

۱۱۵

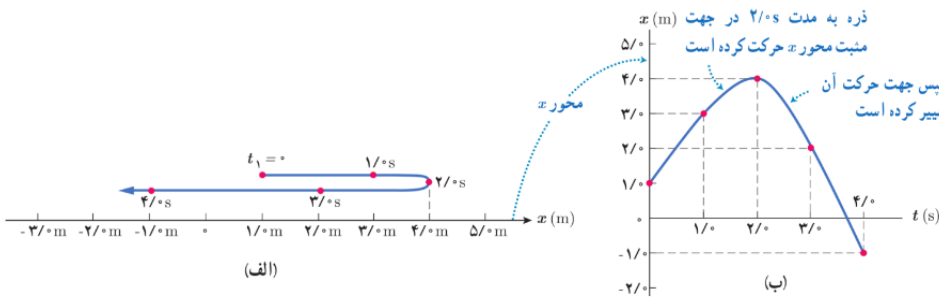
تندی لحظه ای	سرعت لحظه ای	بررسی
<p>نگاه کردن به عقربه ماشین در یک لحظه و گفتن سرعت ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت! تمامم تندی متحرک در هر لحظه، اندازه سرعت در هر لحظه و مستقل از جهت حرکت می باشد. $v = s = \text{تندی}$</p>	<p>نگاه کردن به عقربه ماشین در یک لحظه و گفتن سرعت ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت به سمت شمال</p>	تعریف
نرده ای و مثبت	بردارى مثبت یا منفى	نوع کمیت
<p>متحرکی با تندی ثابت ۱۰ متر بر ثانیه در حرکت است: تندی ثابت یعنی اندازه حرکت ۱۰ هست ولی جهت حرکت معلوم نیست! یعنی ممکنه حرکتش روی خط راست باشه ممکنه هم منحنی! الله اعلم!</p>	<p>متحرکی با سرعت ثابت ۱۰ متر بر ثانیه در حرکت است: سرعت ثابت یعنی هم اندازه حرکت ۱۰ هست و هم جهت حرکت ثابت یعنی حرکتش روی خط راسته!</p>	مثال
<p>نگاه کردن به عقربه ماشین در صدم ثانیه پس ماشین تندی سنج داره نه سرعت سنج!</p>	<p>نگاه کردن به عقربه ماشین در صدم ثانیه با ذکر جهت حرکتمون</p>	راحت تر
<p>شیب خط مماس بر نمودار $V = tg\alpha \cong x-t$ بدون ذکر صعودی بودن یا نزولی بودن یعنی بدون ذکر علامت</p> 	<p>شیب خط مماس بر نمودار $V = tg\alpha \cong x-t$ به همراه ذکر صعودی بودن یا نزولی بودن یعنی با ذکر علامت</p> 	مفهوم هندسی

در نمودار $x-t$ در لحظه‌هایی که خط مماس بر منحنی افقی است، سرعت متحرک صفر و متحرک متوقف می‌شود.



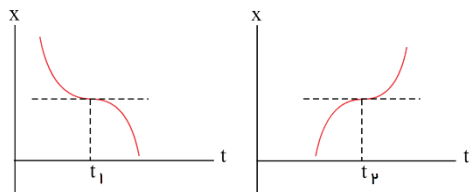
کجا سرعت صفر میشه؟!

عوض شدن جهت حرکت یعنی تغییر جهت. تغییر جهت یعنی تغییر علامت جابجایی! یعنی به چیزی مثل بن بست!



چه موقع جهت حرکت در نمودار $x-t$ عوض می‌شود؟
لحظات حساس تغییر جهت

در نمودارهای بالا، لحظه ۳ تغییر جهت حساب نمیشه

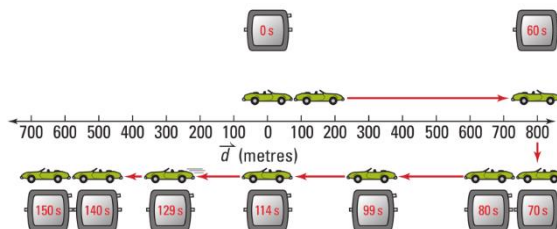


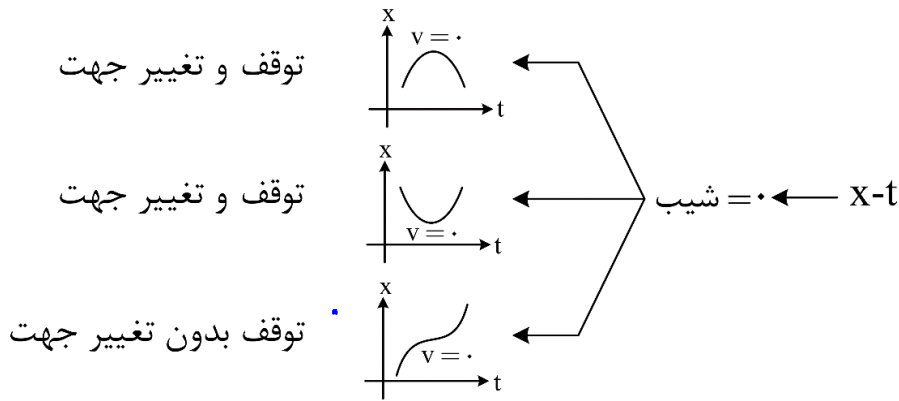
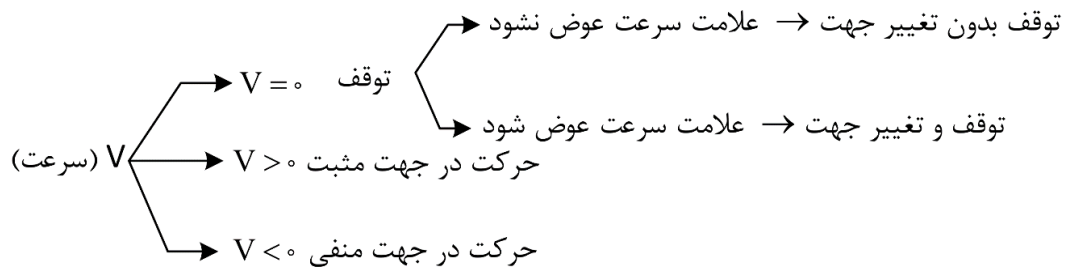
آقای عاقلی یه سوال؟ یعنی هر قله و دره ای؟

هومم... ترشی نخوری به چیزی میشیا... اینو ببین:

این دو لحظه سرعت صفر شده، اما علامتش عوض نشده. یعنی فقط توقف داشتیم. رفته ته بن بست ایستاده، بعد به مسیرش ادامه داده.

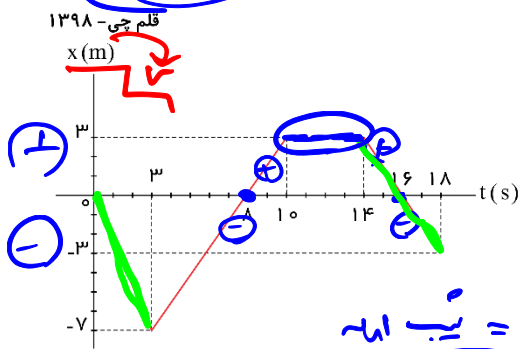
پس لازمه تغییر جهت اینه که (۱) سرعت صفر. (۲) علامتش عوض بشه.





تست ۱۶

شکل زیر نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد. کدام گزینه در مورد حرکت این متحرک از شروع حرکت تا لحظه $t = 18s$ درست است؟



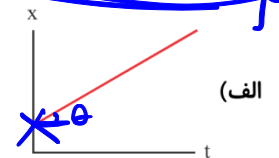
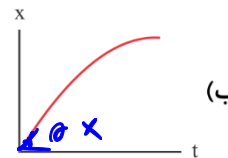
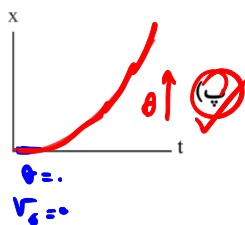
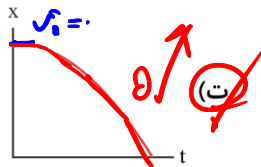
- در لحظه‌های ۸s و ۱۶s تغییر جهت داده است.
- در مجموع به مدت ۷s در خلاف جهت محور حرکت کرده است.
- در مجموع به مدت ۶ ثانیه سرعت آن صفر بوده است.
- در بازه زمانی صفر تا ۱۶ ثانیه، تندی متوسط آن صفر است.
- $v = 4 + 2s$
- $v = 0$

$v = 0$

$a = \frac{L}{\Delta t}$

مثال ۶

ار نمودارهای مکان - زمان شکل زیر کدام موارد حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که از حال سکون شروع به حرکت کرده و به تدریج بر تندی آن افزوده شده است.



یکای سرعت در SI، $\frac{m}{s}$ است، اما یکای دیگری مثل $\frac{km}{h}$ نیز برای آن کاربرد دارد و تبدیل واحد آن با ضریب $\frac{3}{6}$ می باشد.

$$\frac{km}{h} \xrightarrow{\div 3.6} \frac{m}{s}$$

$$\frac{m}{s} \xrightarrow{\times 3.6} \frac{km}{h}$$

$$18 \frac{km}{h} \leftrightarrow 5 \frac{m}{s}$$

$$36 \frac{km}{h} \leftrightarrow 10 \frac{m}{s}$$

$$54 \frac{km}{h} \leftrightarrow 15 \frac{m}{s}$$

$$72 \frac{km}{h} \leftrightarrow 20 \frac{m}{s}$$

$$90 \frac{km}{h} \leftrightarrow 25 \frac{m}{s}$$

$$108 \frac{km}{h} \leftrightarrow 30 \frac{m}{s}$$

$$a = \omega \frac{m}{g} = \left(\frac{1}{s}\right) \times \left(\frac{5m}{s}\right)$$

$$v_1 = 0 \rightarrow v_2 = 10 \rightarrow v_3 = 15$$

شتاب ۸-۱

تغییرات سرعت (اندازه یا جهت) نسبت به زمان را شتاب گویند، که کمیتی برداری است. نماد آن \vec{a} می باشد که از کلمه ی Acceleration به معنای شتاب گرفته شده است. یکای آن در SI، $\frac{m}{s^2}$ یا $\frac{N}{kg}$ است. اگر تغییرات سرعت نسبت به زمان در یک حرکت ثابت باشد، آن حرکت شتاب ثابت می باشد و اگر تغییرات سرعت نسبت به زمان در یک حرکت ثابت نباشد، آن حرکت شتاب متغیر می باشد.

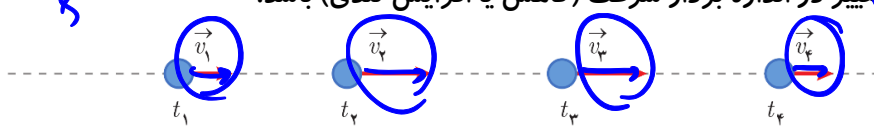
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$\frac{m}{s^2}$

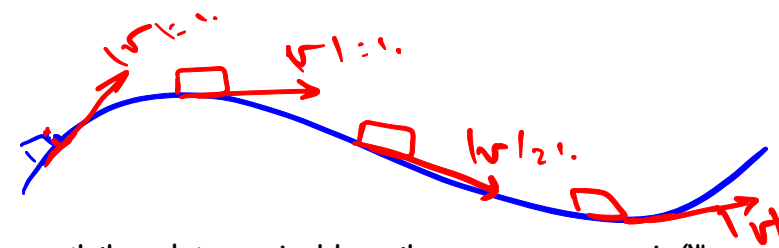
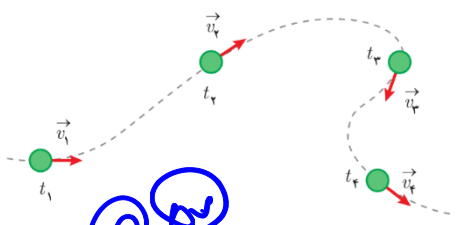
$$F = m \cdot a$$

۱-۸-۱ عوامل موثر بر ایجاد شتاب

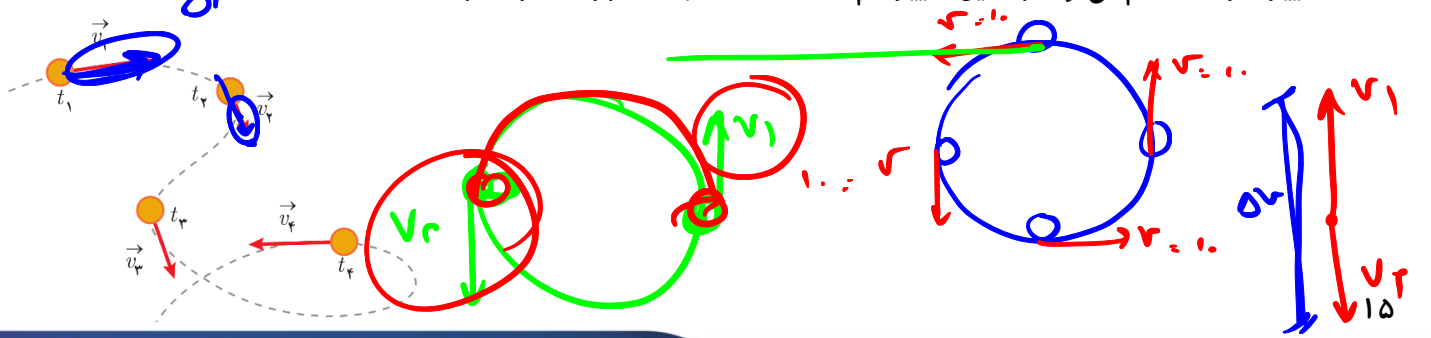
(۱) تغییر سرعت جسم می تواند به دلیل تغییر در اندازه بردار سرعت (کاهش یا افزایش تندی) باشد.



(۲) تغییر سرعت جسم می تواند به دلیل تغییر در جهت بردار سرعت (جهت حرکت) باشد.

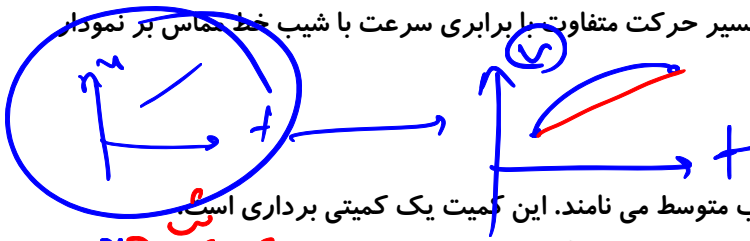


(۳) تغییر سرعت جسم می تواند به دلیل تغییر هم زمان در اندازه و جهت بردار سرعت باشد.





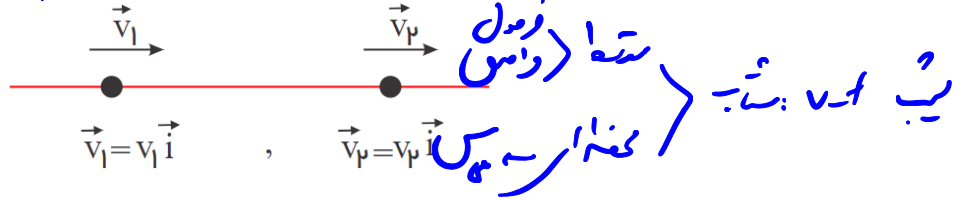
نکته ۱۲: توجه کنید که مماس بودن بردار سرعت بر مسیر حرکت متفاوت با برابری سرعت با شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان است که پیش از این دیدید.



۱-۸-۲ شتاب متوسط

نسبت تغییرات بردار سرعت به زمان این تغییرات را شتاب متوسط می نامند. این کمیت یک کمیتی برداری است.

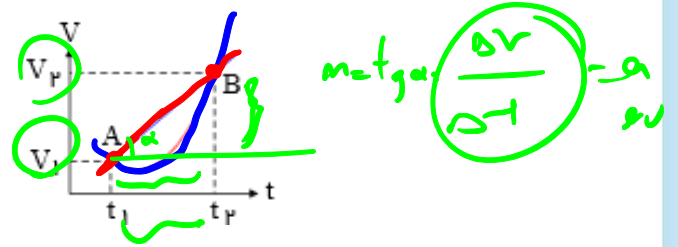
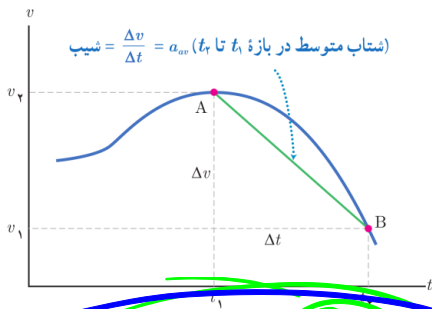
تیب $v-t$ است



✓ مفهوم ریاضی شتاب متوسط:
✓ مفهوم هندسی شتاب متوسط:

$$a_{av} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

شیب خط واصل در نمودار $v-t$ $a_{av} = \text{tg} \alpha \cong V-t$



معنای $a_{av} = 5 \frac{m}{s^2}$: سرعت متحرک به طور متوسط در هر ثانیه ۵ متر بر ثانیه تغییر می کند.

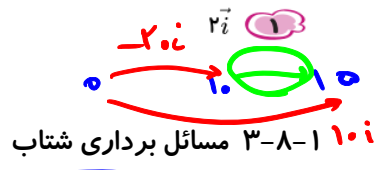
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5v}{10} = 0.5 \frac{dv}{dt} \rightarrow 10 \frac{dv}{dt}$$

تست ۱۷:

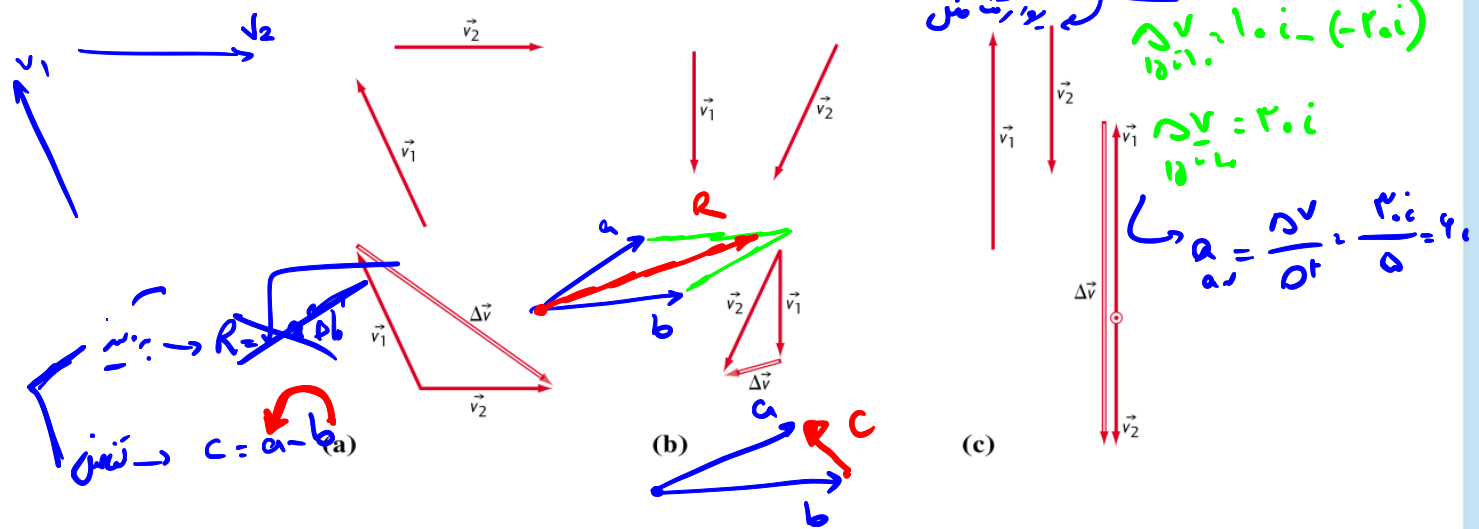
متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 10s$ در SI برابر $-2\vec{i}$ و در بازه زمانی

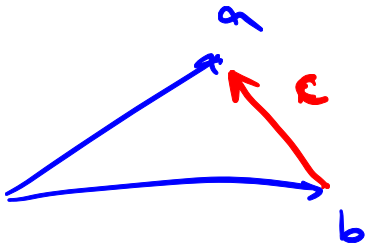
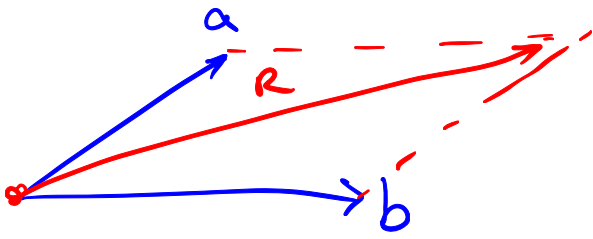
$t_1 = 0s$ تا $t_2 = 15s$ برابر $\frac{2}{3}\vec{i}$ است. بردار شتاب آن در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 15s$ در SI، کدام است؟

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \frac{2}{3}\vec{i} = \frac{5v}{15} \rightarrow \Delta v = 10 \times \frac{2}{3}\vec{i} = \frac{20}{3}\vec{i}$$



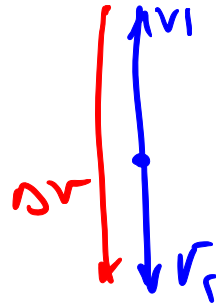
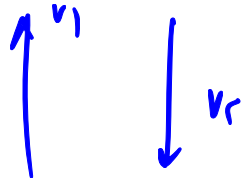
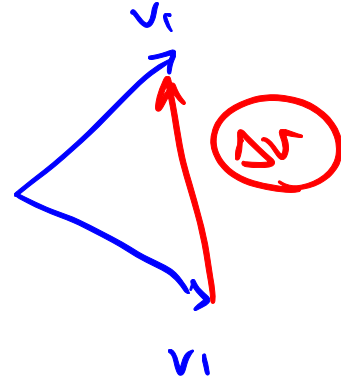
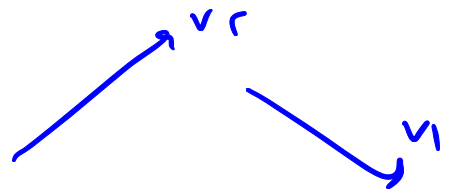
نکته ۱۳: $\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$ وقتی مسیر حرکت رو دادن از ۱ به ۲ رسم کن تا این مقدار حساب شه!



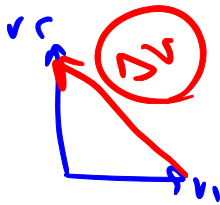


$$c = a - b$$

$$\Delta v = v_c - v_i$$

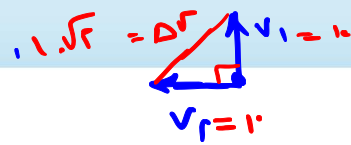


$$\Delta v = v_c - v_i$$



$$\Delta v = v_c - v_i$$

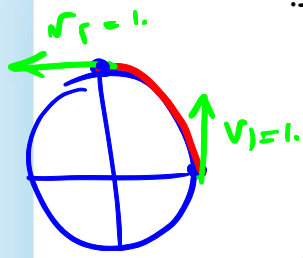
الف) $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{1\sqrt{2}}{t}$



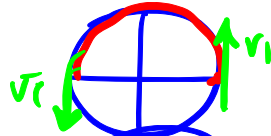
مثال ۷:

متحرکی روی محیطی دایره ای شکل با تندى ثابت ۱۰ متر بر ثانیه به صورت پادساعتگرد حرکت می کند.

الف: مقدار شتاب متوسط را برای حرکت از ۰ تا ۹۰ درجه در مدت زمان ۴ ثانیه حساب کنید.



ب: مقدار شتاب متوسط را برای حرکت از ۰ تا ۱۸۰ درجه در مدت زمان ۴ ثانیه حساب کنید.

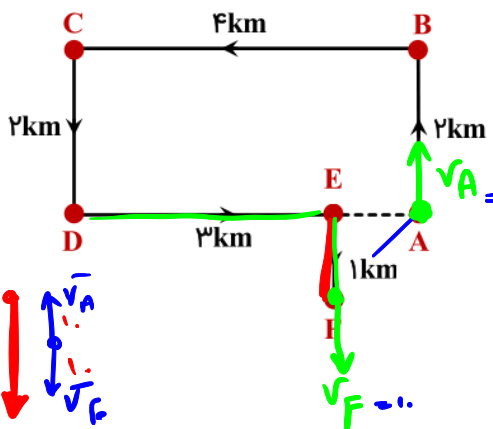


$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{-v_0 - v_0}{t} = -\frac{2v_0}{t}$

تست ۱۸:

موتورسواری مسیری مطابق شکل را طی می کند و سرعت متوسط آن در حرکت از A تا F برابر $2\sqrt{2} \frac{km}{h}$ است. اگر

تندی آن در نقاط A و F یکسان و برابر $10 \frac{m}{s}$ باشد، شتاب متوسط آن در حرکت از F تا A چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی



$v_{av} = 2\sqrt{2} \frac{km}{h} \rightarrow 2\sqrt{2} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1$ است؟

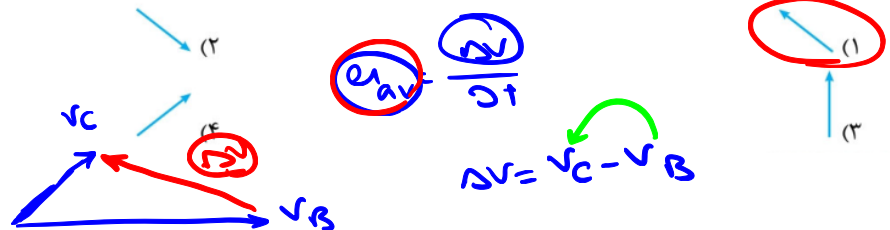
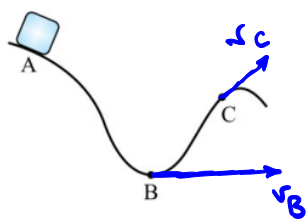
$\Delta t = \frac{\sqrt{F}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} h = \frac{1}{2} \times 90 \text{ min} = 45 \text{ min} = 2700 \text{ s}$

- ۱. $\frac{1}{90}$
- ۲. $\frac{1}{180}$
- ۳. $\frac{\sqrt{2}}{10}$
- ۴. صفر

$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_F - v_A}{1800} = \frac{-v_0 - v_0}{1800} = -\frac{1}{900}$

تست ۱۹:

جسمی را مطابق شکل روبه‌رو از نقطه A رها می کنیم و جسم روی سطح بدون اصطکاک شروع به حرکت می کند. بردار شتاب متوسط جسم در جابه‌جایی از نقطه B تا نقطه C تقریباً مطابق کدام یک از جهت‌های زیر است؟



۱-۸-۴ شتاب لحظه‌ای

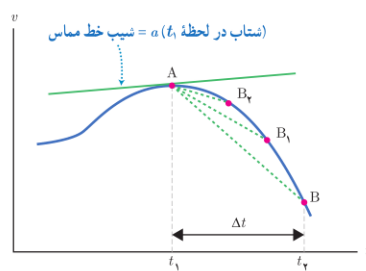
اگر بازه زمانی $[t_1, t_2]$ در بحث شتاب متوسط به صفر میل کند و به عبارت دیگر نقاط A و B یکی شوند، پاره خط AB تبدیل به خط مماس بر نمودار می‌شود و شتاب متوسط تبدیل به شتاب لحظه‌ای می‌شود.

مشتمق رابطه v نسبت به t : $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$

✓ مفهوم ریاضی شتاب لحظه‌ای:

شیب خط مماس بر نمودار $v-t$: $a = \tan \alpha \cong v-t$

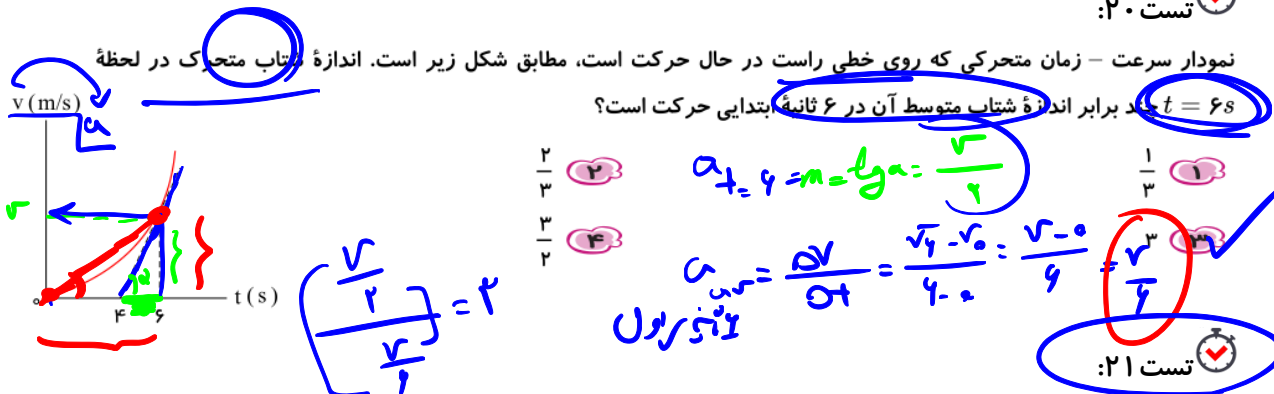
✓ مفهوم هندسی شتاب لحظه‌ای:



معنای $a = 5 \frac{m}{s^2}$: سرعت متحرک در هر ثانیه ۵ متر بر ثانیه تغییر می کند .

نکته ۱۴: $a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ ← علامت شتاب a علامت تغییرات سرعت a جهت نیرو ($F = ma$) و ربطی به علامت سرعت ندارد.

تست ۲۰



یک اتومبیل روی یک جاده افقی مستقیم حرکت می کند. در هر یک از زمان های $t = 1s$ ، $t = 2s$ ، $t = 3s$ ، یک کیسه از اتومبیل روی جاده می افتد. فاصله کیسه اول تا کیسه دوم ۲۰ m و فاصله کیسه دوم تا کیسه سوم ۳۰ m است. جهت مثبت را جهت حرکت اتومبیل بگیرید. کدام گزینه درست است؟

- (۱) حتماً سرعت متوسط اتومبیل بین $t = 2s$ و $t = 3s$ از سرعت متوسط اتومبیل بین $t = 1s$ و $t = 2s$ بیشتر است.
- (۲) حتماً سرعت اتومبیل در $t = 2s$ از سرعت اتومبیل در $t = 3s$ بیشتر است.
- (۳) حتماً سرعت اتومبیل در $t = 2s$ مثبت است.
- (۴) حتماً شتاب متوسط اتومبیل بین $t = 1s$ و $t = 3s$ مثبت است.

$v = 100 \frac{m}{s} = \frac{1}{5} \times 1000$

$a = 0$ (معتدل)

۱-۱ تعیین نوع حرکت

یکنواخت	یکنواخت روی خط راست	سرعت ثابت: هم تندی و هم جهت حرکت
یکنواخت	یکنواخت	می تواند شتاب دار باشد!!!!
شتابدار	شتابدار شتاب ثابت	تند شونده: اندازه سرعت در حال افزایش است $ V \uparrow$ (تندی زیاد شه) $aV > 0$
		کند شونده: اندازه سرعت در حال کاهش است $ V \downarrow$ (تندی کم شه) $aV < 0$
	شتابدار شتاب متغیر	اندازه شتاب ثابت نباشد.

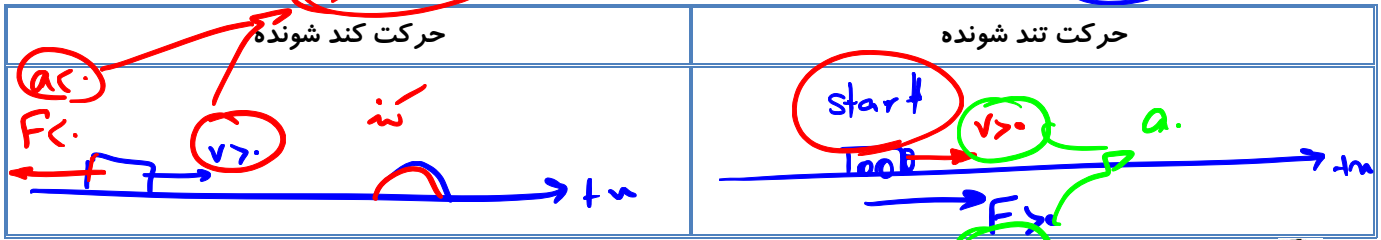
$a = 5 \frac{m}{s^2} = \frac{1}{5} \times 50 \frac{m}{s^2}$

برای تعیین نوع حرکت، باید علامت سرعت و شتاب را تعیین کنیم. که اگر این ۲ پارامتر هم علامت باشند، حرکت تندشونده (حرکتی که اندازه سرعت در حال افزایش است $|V| \uparrow$) و اگر مختلف علامه باشند، حرکت کندشونده (حرکتی که اندازه سرعت در حال کاهش است $|V| \downarrow$) محسوب می شود.

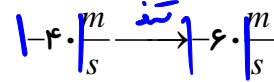
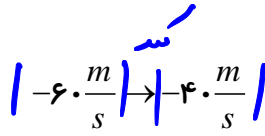
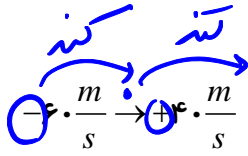
حرکت تندشونده در جهت مثبت: $V > 0, a > 0 \rightarrow aV > 0$ | حرکت تندشونده در جهت منفی: $V < 0, a < 0 \rightarrow aV > 0$

حرکت کندشونده در جهت مثبت: $V > 0, a < 0 \rightarrow aV < 0$ | حرکت کندشونده در جهت منفی: $V < 0, a > 0 \rightarrow aV < 0$

$$F = m \cdot a$$



نکته ۱۵: start (حرکت از حال سکون) حتماً تندشونده و stop (حرکت ختم به توقف) حتماً کندشونده است.



مثال ۸: حرکت های زیر را بررسی کنید:

گوشزد ۳: کم شدن شتاب مفهوم کندشونده بودن حرکت را نمی دهد

و اگر بردار شتاب متحرکی در جهت محور X باشد، شتاب مثبت و اگر بردار شتاب متحرکی در خلاف جهت محور X باشد، شتاب منفی است.

قبلا هم گفتیم که هر کمیت برداری در جهت محور X مثبت و هر کمیت برداری در خلاف جهت محور X منفی است.

۱-۲ پله پله تا ملاقات جواب

مفهوم ریاضی:



مفهوم هندسی:



نکته ۱۶: معادله حرکت (معادله ی مکان- زمان)، معادله ای است تابع زمان که مکان متحرک را در هر لحظه مشخص می کند و به صورت $x = f(t)$ می باشد.

معادله سرعت - زمان به صورت $V = f(t)$ که نشان دهنده این می باشد سرعت تابعی از زمان است و در هر لحظه می توان سرعت متحرک را محاسبه کرد.

معادله شتاب - زمان به صورت $a = f(t)$ که نشان دهنده این می باشد شتاب تابعی از زمان است و در هر لحظه می توان شتاب متحرک را محاسبه کرد.

۱-۲-۱ یکم از سهمی بگیریم

معظم عددی	حکم ریاضی	بجای فرم
تیب خطی	شروع اول	تعداد درصدها/صدها/اندر
کوهی یا مقعر	مستقیم	حکف

$x \rightarrow$ $\begin{cases} \text{شبه-بیض} \rightarrow \text{درجه } 2 \\ \text{سه-بیض} \rightarrow \text{درجه } 3 \end{cases}$

$y = rx$
 $y' = r$
 $y'' = r' = 0$
 $y''' = 0 \cdot x^{-1} = 0$

$y = rx^2$
 $y' = 2rx$
 $y'' = 2r$
 $y''' = 0$

$y = \frac{r}{4} x^4$
 $y' = \frac{1r}{4} x^3 = \frac{3}{4} r x^2$

$y = rx^2$
 $y' = 2rx = 2r$

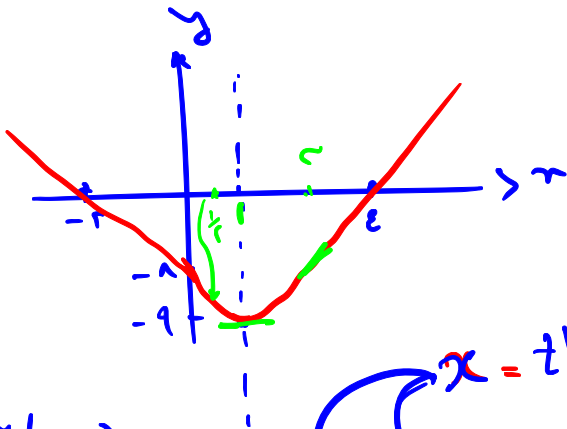
$y = ax^n$
 $y' = an x^{n-1}$

$y = ax$
 $y' = a$

$y = c$
 $y' = 0$

$y = rx^4 + rx^3 + ax^2 + 4x + 9$
 $y' = 4rx^3 + 3rx^2 + 2ax + 4 + 0$

$y = x^2 - 2x - 1 \rightarrow y' = 2x - 2 \rightarrow y'' = 2$

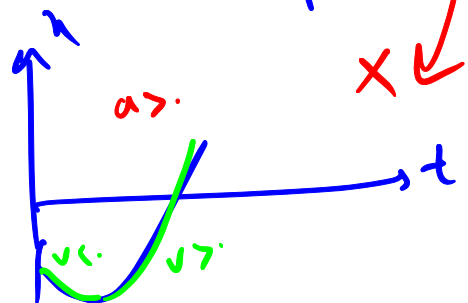


$y'(1/2) = 2(1/2) - 2 = -1$
 $y'(1) = 2(1) - 2 = 0$
 $y'(2) = 2(2) - 2 = 2$



$x = rt + a$
 $v = r$
 $a = 0$

$x = t^2 - 2t - 1$
 $v = 2t - 2$
 $a = 2$



$$\left. \begin{aligned} y = x^2 &\rightarrow y' = 2x^{2-1} = 2x^1 \\ y = x^3 &\rightarrow y' = 3x^{3-1} = 3x^2 \\ y = 2x^4 &\rightarrow y' = 2 \times 4x^{4-1} = 8x^3 \end{aligned} \right\} \rightarrow \boxed{y = ax^n \rightarrow y' = nax^{n-1}}$$

$$\left. \begin{aligned} y = x^2 + 2x + 3 &\rightarrow y' = 2x + 2 + 0 \\ y = x^3 + 3x^2 + 4x + 4 &\rightarrow y' = 3x^2 + 6x + 4 + 0 \\ y = 3x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 10x + 7 &\rightarrow y' = 12x^3 + 6x^2 + 10x + 10 + 0 \end{aligned} \right\} \begin{cases} y = c \rightarrow y' = 0 \\ y = 2x \rightarrow y' = 2 \end{cases}$$

جمع بندی ۱۷: این جمع بندی از نوع ریاضیاتیه!

مفهوم هندسی	عملگر ریاضی	کجا صفر میشه
شیب <i>حداکثر</i>	مشتق اول	در قله و دره ها و جاهای افقی
گودی یا تقعر	مشتق دوم	بین دو گودی یا تقعر (نقطه عطف)
مساحت	انتگرال (نمیخواه یادش بگیری)	نمیخواه

جمع بندی ۱۸: **واصل** یعنی متوسط و متوسط یعنی **واصل** یا فرمول اون کمیت.

جمع بندی ۱۹: **ماس** یعنی لحظه ای و لحظه ای یعنی **ماس**.

$$v_0 = -5t^2 - 2t + 3 \quad a = -2$$

مثال ۹: معادله حرکت جسمی در یک بعد روی محور x بصورت $x = -t^2 - 2t + 3$ می باشد، مطلوبست:

الف) مکان اولیه \leftarrow

ب) سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول \leftarrow

ج) مورد ب به روش دوم: x **توی** \leftarrow **سبب از منفی قدرین**

د) سرعت اولیه \leftarrow

ه) سرعت در لحظه $t = 3(s)$ \leftarrow

و) شتاب متوسط در ۵ ثانیه اول \leftarrow

ز) مورد و به روش دوم: $a = -2$

ح) شتاب در لحظه $t = 3(s)$ \leftarrow

مثال ۱۰: معادله حرکت جسمی در SI بصورت $x = t^3 - 4t^2 + 3t$ بیان شده است. الف) شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 1(s), t_2 = 2(s)$ را بدست آورید.

ب) شتاب در لحظه $t = 3(s)$ را بدست آورید.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{2 - 1} = \frac{v_2 - (-2)}{1} = \frac{v_2 + 2}{1}$$

$$v = 3t^2 - 8t + 3$$

$$v_2 = 3(2)^2 - 8(2) + 3 = 12 - 16 + 3 = -1$$

$$a_{av} = \frac{-1 + 2}{1} = 1$$

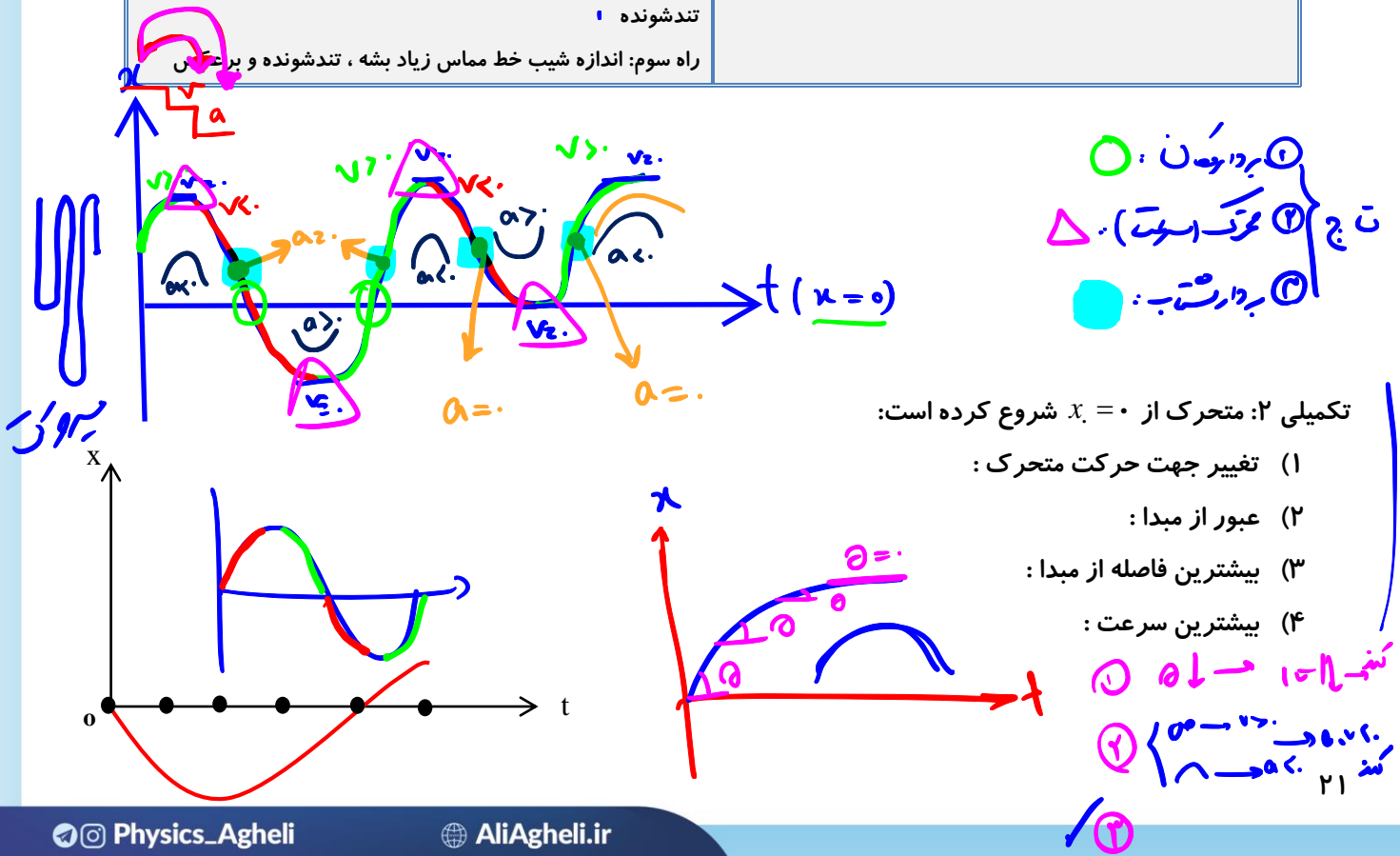
$$a(t=3) = 4(3) - 8 = 12 - 8 = 4$$

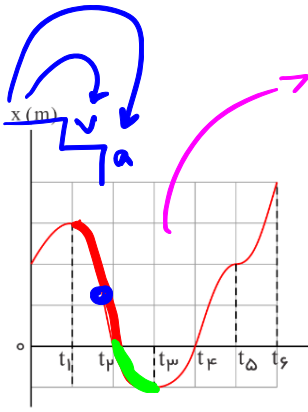
۴-۱ جمع بندی نمودار مکان - زمان (شیب یا مشتق اول همون سرعت ، تقعر یا مشتق دوم همون شتاب)

با توجه به تعریف ریاضی شیب در ریاضیات می دانیم که مشتق اول همان شیب می باشد. به همین صورت مشتق دوم نشان

دهنده تقعر نمودار می باشد. بنابراین در جدول جمع بندی داریم:

بررسی نمودار مکان - زمان	
مکان و جابجایی و مسافت	خود نمودار
سرعت (متوسط - لحظه‌ای)	شیب نمودار
شیب خط واصل	سرعت متوسط
شیب خط مماس	سرعت لحظه‌ای
مشتق اول (سرعت) مثبت	نمودار صعودی (سربالایی مستر اسلوپ)
مشتق اول (سرعت) منفی	نمودار نزولی (سرازیری مستر اسلوپ)
مشتق اول (سرعت) صفر	اکسترم
تغییر جهت سرعت	لحظه تغییر جهت = اکسترم ادامه دار
شتاب	تقعر نمودار
مشتق دوم (شتاب) مثبت	تقعر رو به بالا
مشتق دوم (شتاب) منفی	تقعر رو به پایین
مشتق دوم (شتاب) صفر	عطف
تغییر جهت شتاب	عطف ادامه دار
تعداد تغییر جهت سرعت + تعداد تغییر جهت شتاب	نوع حرکت از لحاظ تندشونده و کندشونده چندبار عوض شده؟
<p>راه اول: بررسی ۱) صعودی یا نزولی $V \leftarrow$</p> <p>۲) بالا یا پایین بودن تقعر $a \leftarrow$</p> <p>۳) $a \times V$</p> <p>راه دوم: رسیدن به قله و دره کند شونده دور شدن از قله و دره تندشونده</p> <p>راه سوم: اندازه شیب خط مماس زیاد بشه ، تندشونده و برعکس</p>	تعیین نوع حرکت در بازه مورد نظر





$v_{av} > 0 \rightarrow \Delta x > 0$

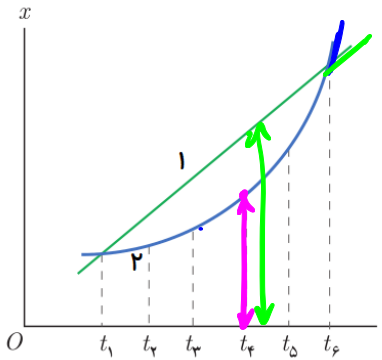
چند آیتمی ۱:

- (الف) متحرک چند بار از مبدا مکان عبور کرده است؟ $x=0$ [۱، ۲، ۳]
- (ب) متحرک چند بار از مبدا حرکت عبور کرده است؟ $v=0$ [۱، ۲، ۳، ۴]
- (ج) متحرک چند بار متوقف شده است؟ $a=0$ [۱، ۲، ۳]
- (د) متحرک چند بار تغییر جهت داده است؟ $v < 0 \rightarrow v > 0$ [۱، ۲]
- (ه) متحرک در چه بازه هایی از مبدا دور شده است؟ $x > 0$ [۱، ۲، ۳، ۴]
- (و) جابجایی کل در جهت محور X است یا خلاف آن؟ \oplus
- (ز) تند و یا کند شونده بودن متحرک را در بازه ها مشخص کنید.

(ح) در کدام بازه ها متحرک در جهت محور X حرکت کرده است؟ $v > 0$ [۱، ۲، ۳]

(و) در کدام بازه های زمانی متحرک در خلاف جهت محور X حرکت است و شتاب آن در راستای محور X است؟ $a < 0$ [۱، ۲، ۳]

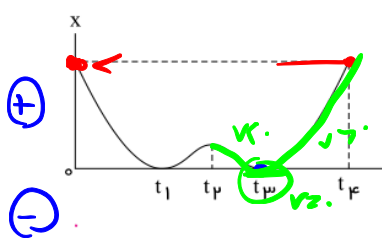
چند آیتمی ۲: نمودار مکان - زمان دو متحرک ۱ و ۲ مطابق شکل است.



- (الف) مسافت، سرعت متوسط و تندی متوسط این دو کمیت را در بازه ۱ تا ۶ مقایسه کنید. v_{av}
- (ب) کدام لحظه دو خودرو از کنار هم میگذرند؟ $v_1 = v_2$
- (ج) در چه لحظه ای تندی دو خودرو تقریباً یکسان است؟ در این لحظه فاصله کدام متحرک از مبدا بیشتر است؟ $v_1 = v_2$
- (د) در لحظه ی ۱ تندی کدام متحرک بیشتر است؟ $v_1 > v_2$
- (ه) در لحظه ی ۶ تندی کدام متحرک بیشتر است؟ $v_2 > v_1$

تست ۲۲:

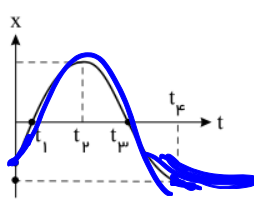
متحرکی بر روی محور Xها در حال حرکت است. با توجه به نمودار مکان - زمان این متحرک چند مورد از عبارتهای زیر در مورد حرکت این متحرک صحیح است؟



- (۱) بردار مکان متحرک دو بار تغییر جهت داده است. x
- (ب) در بازه زمانی ۰ تا t_4 متحرک در جهت مثبت محور X حرکت می کند. $v > 0$
- (د) سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا t_4 برابر صفر است. $v_{av} = 0$
- (ت) تندی متوسط متحرک در بازه زمانی t_2 تا t_4 با بزرگی سرعت متوسط در این بازه زمانی برابر است. $v_{av} = |v_{av}|$

تست ۲۳:

با توجه به نمودار مقابل کدام گزینه درست است؟

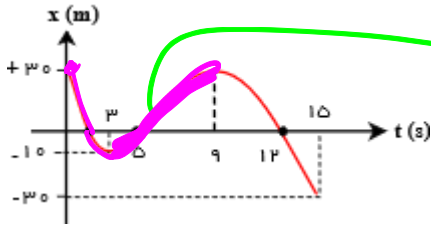


- (۱) سرعت متوسط در کل حرکت منفی و شتاب متوسط کل مثبت است. \times
- (۲) از لحظه شروع حرکت تا دومین عبور از مبدا ابتدا حرکت کندشونده و سپس تندشونده است. \checkmark
- (۳) از اولین توقف تا دومین توقف متحرک پیوسته در حال دور شدن از مبدا است. \times
- (۴) در فاصله بین دو توقف متحرک در سوی مثبت حرکت می کند. $v > 0$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} = \frac{0 - (+)}{+ - 0} = \frac{-}{+} = -$$

تست ۲۴: در شکل مقابل، نمودار مکان-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در مدت $t=0$ تا $t=15s$ رسم شده است.

(آزمون گزینه ۲، ۹۳)



(۱) جهت حرکت ~~بار~~ عوض شده است.

(۲) جهت شتاب بار عوض شده است.

(۳) مدت ۶ ثانیه هم جهت با محور x حرکت کرده است.

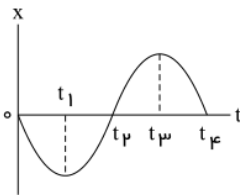
(۴) مسافت طی شده ۶۰ متر است.

$|a| = 4.0$

تست ۲۵:

شکل زیر، نمودار $x-t$ یک متحرک را که در امتداد محور x حرکت می‌کند، نشان می‌دهد. در کدام بازه زمانی زیر، شتاب متوسط متحرک

متحرک خلاف جهت محور x و سرعت متوسط آن در جهت محور x است؟



۲ t_1 تا t_2

۱ صفر تا t_1

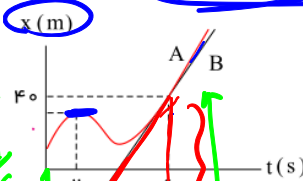
۴ t_3 تا t_4

۳ t_2 تا t_3

تست ۲۶:

نمودار مکان - زمان متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک A در بازه زمانی

$t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ برابر با $4 \frac{m}{s^2}$ است. اگر دو نمودار در لحظه $t_2 = 6s$ بر یکدیگر مماس باشند، مکان اولیه متحرک B به حسب متر کدام



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_2}{4 - 2}$$

$$4 = \frac{v_4 - 0}{4 - 0} \rightarrow v_4 = 16$$

است؟

۱ -۵۶

۲ -۵۰

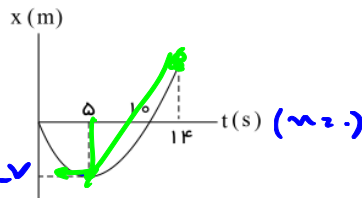
۳ -۶۸

۴ -۹۶

نمودار مکان - زمان حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک بین دو

لحظه‌ای که در مبدأ مکان قرار دارد برابر $1.4 m/s$ بزرگی سرعت متوسط آن در بازه زمانی ۵ تا ۱۴ ثانیه برابر $2 m/s$ باشد، بردار مکان

متحرک در لحظه $t = 14s$ در SI کدام است؟



۲ $32\hat{i}$

۴ $4\hat{i}$

۱ $25\hat{i}$

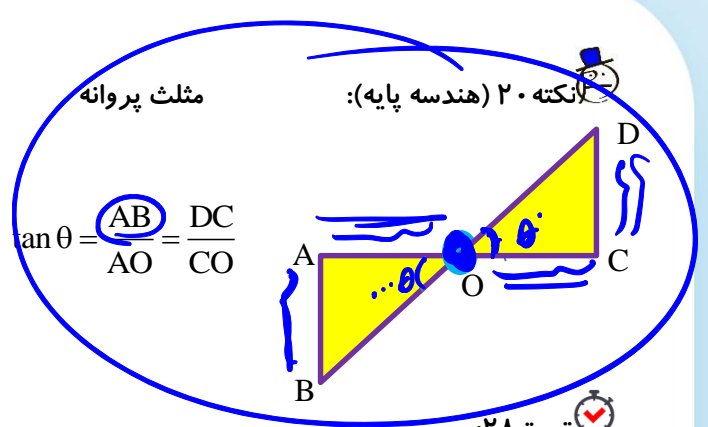
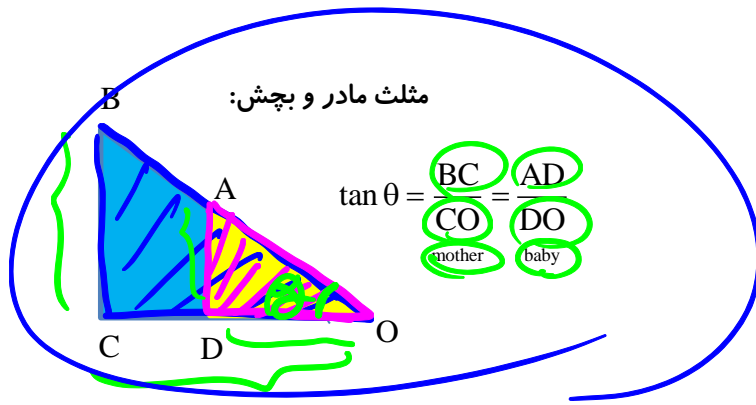
۳ $11\hat{i}$

$$v_{av} = 2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{14} - 0}{14 - 5}$$

$$2 = \frac{x_{14} - (-7)}{9} \rightarrow x_{14} + 7 = 18$$

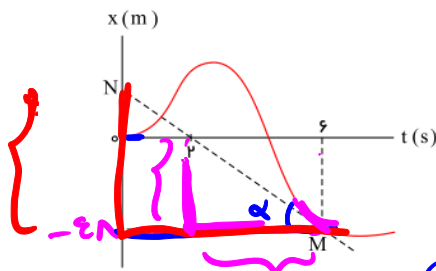
$$x_{14} = 11$$

تست ۲۷:



تست ۲۸

در شکل مقابل پاره خط MN در نقطه M بر نمودار مکان - زمان متحرک مماس شده است. اگر اندازه سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظه $t = 6s$ برابر با $8m/s$ باشد، بزرگی شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیه اول حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟



$$|v_{av}| = |a| = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$|a| = \frac{v_1 - v_0}{t - 0} \rightarrow |a| = \frac{v_4}{4}$$

- ۱
- ۲
- ۳
- ۴

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_0}{4 - 0} = \frac{v_4}{4}$$

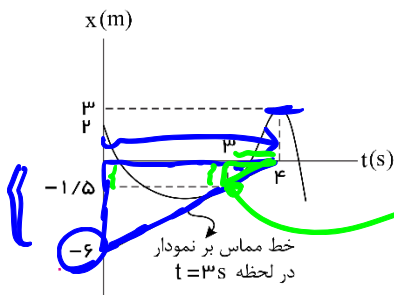
$$-8 = \frac{v_4}{4} \rightarrow v_4 = -32$$

$$v_4 = a_4 t = \frac{8}{4} = 12 \rightarrow v_4 = -12$$

تست ۲۹: (H-۲-۲۵)

قلم چی - ۱۳۹۸

نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط در ثانیه چهارم چند m/s^2 است؟



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_2}{4 - 2} = \frac{0 - v_2}{2} = -\frac{v_2}{2}$$

- ۱
- ۲
- ۳
- ۴

$$v_2 = a_2 t = \frac{4}{2} = 2 = 10$$